

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

---

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Dipartimento di Energetica e Macchine

Tesi di Laurea

# STUDIO DI UN IMPIANTO A TORRE SOLARE

Relatore:  
Prof. GIULIO CROCE

Laureando:  
ENRICO PITTON

Correlatore:  
Ing. FABRIZIO MATTIELLO

---

ANNO ACCADEMICO 2006-2007



Alla mia famiglia,  
per avermi sempre amato  
e accompagnato alla realizzazione  
di questo sogno



# Indice

|           |                                                     |           |
|-----------|-----------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>  | <b>Introduzione</b>                                 | <b>1</b>  |
| <b>2</b>  | <b>Stato d'arte della tecnologia a Torre Solare</b> | <b>3</b>  |
| <b>3</b>  | <b>Energia disponibile e convertibile</b>           | <b>7</b>  |
| 3.1       | Potenza disponibile . . . . .                       | 7         |
| 3.2       | Potenza convertibile . . . . .                      | 10        |
| <b>4</b>  | <b>Torre divergente</b>                             | <b>13</b> |
| <b>5</b>  | <b>Attrito fluidodinamico</b>                       | <b>19</b> |
| 5.1       | Torre cilindrica . . . . .                          | 19        |
| 5.2       | Torre divergente . . . . .                          | 22        |
| <b>6</b>  | <b>Dispersione termica</b>                          | <b>25</b> |
| 6.1       | Torre cilindrica e camino adiabatico . . . . .      | 25        |
| 6.2       | Torre cilindrica e camino captante . . . . .        | 30        |
| 6.3       | Torre divergente e camino adiabatico . . . . .      | 38        |
| <b>7</b>  | <b>Considerazioni</b>                               | <b>41</b> |
| <b>8</b>  | <b>Raggio ottimo</b>                                | <b>43</b> |
| <b>9</b>  | <b>Validazione del modello</b>                      | <b>47</b> |
| <b>10</b> | <b>Utilizzo didattico della torre solare</b>        | <b>53</b> |
| <b>11</b> | <b>Conclusioni</b>                                  | <b>55</b> |
|           | <b>Bibliografia</b>                                 | <b>57</b> |



# Capitolo 1

## Introduzione

Lo scopo di questa tesi è lo studio di progettazione di un impianto a Torre Solare per la produzione di energia elettrica. L'idea della realizzazione del suddetto impianto è dovuta ad alcuni docenti dell'Istituto Tecnico Industriale e Liceo Scientifico Tecnologico "J.C.Maxwell", della provincia di Torino. La scuola ha chiesto una collaborazione al Centro Ricerche FIAT Torino, il quale ha proposto all'Università degli Studi di Udine lo studio di fattibilità del progetto, mediante sviluppo di una tesi triennale. Fanno da referenti per l'Istituto Maxwell il Prof. Dario Barca e per il CRF l'Ing. Fabrizio Mattiello e il Dr. Carloandrea Malvicino.

Siccome le dimensioni dell'impianto saranno relativamente piccole, e di conseguenza anche la potenza ricavabile, si può pensare che la Torre Solare progettata per l'Istituto Maxwell potrà avere scopo dimostrativo, ma potrà essere considerata come un modello in scala di un impianto destinato a produrre una quantità considerevole di energia.

Innanzitutto presenteremo lo stato dell'arte della tecnologia a Torre Solare e illustreremo la fenomenologia fisica sulla quale si basa il funzionamento dell'impianto. Successivamente, useremo le equazioni fondamentali di conservazione dell'energia in forma meccanica e termica per ricavare la potenza massima che l'impianto può fornire, ossia in condizioni ottimali di funzionamento. Ricaveremo inizialmente un modello semplificato, per poi passare all'analisi degli attriti fluidodinamici e delle dispersioni termiche, inevitabilmente presenti. A causa della complessità del modello ottenuto, dovremo integrare numericamente le equazioni che forniscono i profili di velocità e temperatura dell'aria nella macchina.

Vedremo inoltre come modificando opportunamente la geometria della torre ( vedi torre divergente e ricerca del raggio ottimo di torre ), la potenza estraibile dall'impianto aumenti in maniera considerevole.

Ultermeremo la trattazione confrontando i dati ottenuti con i valori misurati

in prototipi di diverse dimensioni: quello testato al Centro Ricerche FIAT, con misure dell'ordine del metro, quello costruito a Manzanares, con misure dell'ordine dei cento metri e quello progettato, ma non ancora realizzato, dalla EnviroMission, società energetica australiana specializzata nella produzione di energia rinnovabile, con misure dell'ordine del chilometro. Verificheremo in questo modo l'attendibilità del nostro modello parametrico, testandolo con misure di tre differenti ordini di grandezza.



## Capitolo 2

# Stato d'arte della tecnologia a Torre Solare

Un impianto a Torre Solare per la produzione di energia elettrica sfrutta due tecnologie di conversione dell'energia: quella solare, che trasforma l'energia termica proveniente dalle radiazioni solari in energia cinetica di una vena fluida, e quella eolica, che converte l'energia cinetica della vena fluida in energia meccanica. L'ultimo passaggio è costituito ovviamente dalla trasformazione dell'energia meccanica in elettrica, ad opera di un alternatore.



Figura 2.1: Principio di funzionamento.

Come funziona esattamente l'impianto? L'energia termica solare viene cap-

tata da una grande superficie di materiale trasparente, posta orizzontalmente poco sopra il livello del suolo, in modo da creare effetto serra e riscaldare la massa d'aria presente tra la superficie e il terreno. Pensiamo di realizzare tale collettore di forma circolare e di porre al suo centro una torre, di diametro piccolo in confronto al diametro del collettore stesso. L'aria, scaldandosi, vede la propria densità diminuire e tende quindi a salire per il principio di galleggiamento. Siccome l'unico varco accessibile per lo sfogo è la torre, si creerà una corrente fluida che entra radialmente dal collettore, converge verso la torre e risale in essa. Se mettiamo all'interno del camino, dove la velocità dell'aria risulta maggiore, una turbina eolica, abbiamo trovato il modo per convertire l'energia cinetica del fluido in energia meccanica. [7]

Una ricerca teorica preliminare e una vasta gamma di esperimenti condotti nella galleria del vento hanno permesso la costruzione di un impianto di prova della Torre Solare con potenza di picco di 50kW nella zona del Manzanares in Spagna. Lo scopo di questo progetto di ricerca era quello di verificare, attraverso misurazioni sul campo, le potenzialità del progetto calcolate su modelli teorici e studiare l'influenza che hanno i singoli componenti sull'efficienza dell'impianto.

Le caratteristiche peculiari dell'impianto sono:

- Altezza del camino  $H = 194,6m$
- Raggio del camino  $r_t = 5,08m$
- Raggio medio del collettore  $R = 122m$
- Altezza media dal suolo del collettore  $h = 1,85m$
- $\Delta T$  nel collettore  $20K$
- Potenza nominale  $P_n = 50kW$  di picco
- Potenza misurata  $P_m = 21,53kW$  di picco
- Velocità media del vento all'ingresso turbina  $c_t = 12m/s$

Il prototipo della torre ha operato dal 1982 al 1989. [1]

Come già accennato, nel seguito useremo i dati sperimentali relativi all'impianto di Manzanares come confronto col modello parametrico che verrà realizzato, al fine di stimarne l'attendibilità dei risultati.

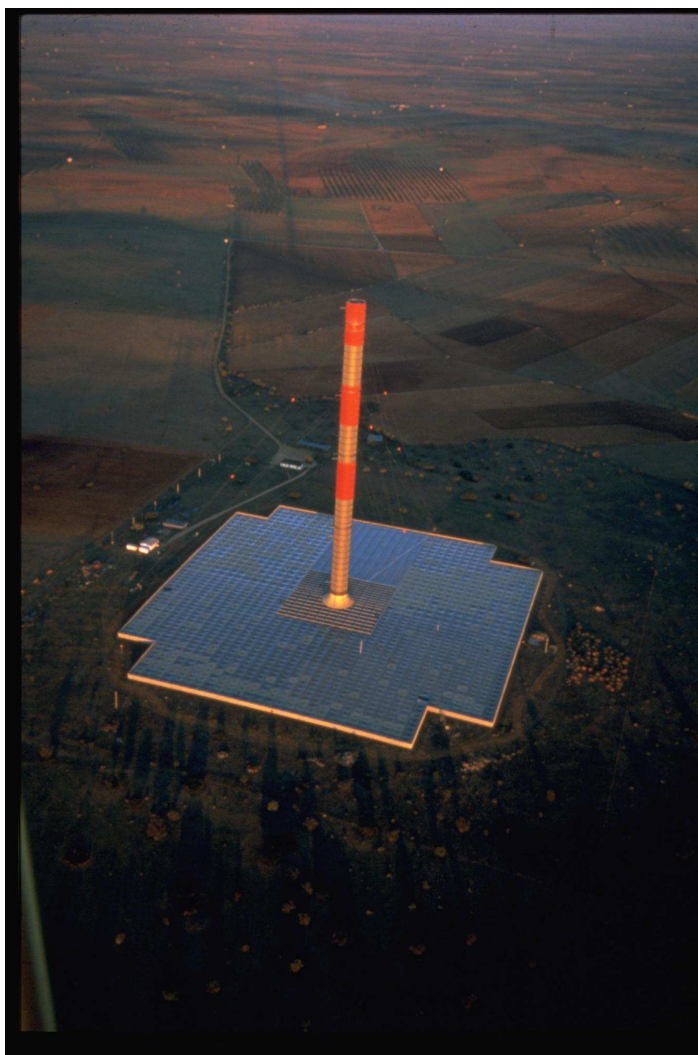


Figura 2.2: Impianto di prova in Manzanares, Spagna.



## Capitolo 3

# Energia disponibile e convertibile

### 3.1 Potenza disponibile

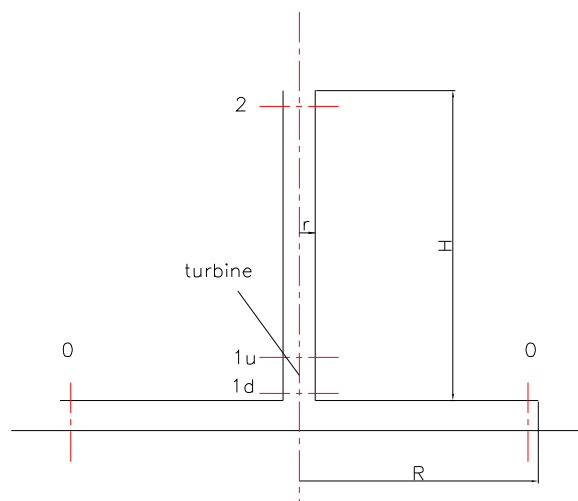


Figura 3.1: Schema di impianto con torre cilindrica.

Definiamo "potenza disponibile"  $P_{disp}$  la massima quota di flusso energetico solare convertibile in energia cinetica, in assenza di turbina. Quest'ultima ne potrà poi tramutare, anche nel caso ideale di assenza di attriti, solo una parte ("potenza convertibile"  $P_{utile}$ ) in energia meccanica all'albero. Introducendo

## 8 CAPITOLO 3. ENERGIA DISPONIBILE E CONVERTIBILE

le fonti di perdita effettive (attriti e dispersioni termiche) si potrà poi calcolare la potenza utile effettiva finale.

Vogliamo innanzitutto calcolare la potenza massima disponibile dall'impianto  $P_{disp}$ . Consideriamo quindi che il camino sia adiabatico e che non ci siano le turbine ( $L = 0$ ). Essendo il caso ideale, trascuriamo gli attriti  $R^-$ .

Faremo uso nel seguito varie volte dell'equazione di conservazione dell'energia in forma meccanica:

$$\Delta \left( \frac{c^2}{2} \right) + \Delta (gz) + \frac{\Delta p}{\rho} + L + R^- = 0 \quad (3.1)$$

Tra la sezione d'ingresso 0 (imbocco del collettore) e quella di uscita 2 (sommità del camino), tale equazione diventa

$$\frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + gH + \frac{p_2 - p_0}{\rho_1} = 0 \quad (3.2)$$

L'andamento della pressione idrostatica dell'atmosfera indica che  $p_2 = p_0 - \rho_0 gH$ , dove abbiamo indicato con  $\rho_0 = \rho_a$  la densità atmosferica a livello del suolo. Il termine  $\rho_0 gH$  indica la pressione esercitata dalla colonna d'aria alta quanto la torre e in condizioni ambiente.

Facciamo ora le seguenti ipotesi:

- Per Boussinesque, assumiamo costanti le proprietà termofisiche dell'aria tra 0 e 2, tranne i casi nei quali la differenza di densità esprime in modo diretto l'effetto del galleggiamento, essendo proprio esso il responsabile del moto del fluido nell'impianto.
- Imponendo la conservazione della portata massica,  $\dot{m}_0 = \dot{m}_1$ , si trova che  $c_0 = \text{cost } c_1 \frac{r_t^2}{R}$ , e se  $r_t \ll R$  si avrà  $c_0 \cong 0$ .
- Essendo il camino adiabatico la densità tra 1 e 2 rimane costante,  $\rho_1 = \rho_2$  e siccome anche la sezione rimane costante, così come la portata massica, ne consegue che anche la velocità non varia,  $c_1 = c_2 = c_t$ .

Con queste assunzioni, la 3.2 diventa

$$\frac{c_t^2}{2} + gH + \frac{p_0 - \rho_0 gH - p_0}{\rho_1} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{c_t^2}{2} + gH \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1} \right) = 0 \quad (3.4)$$

Siccome prevediamo che le velocità dell'aria nella macchina rimangano dell'ordine dei metri al secondo, (previsione supportata dai valori misurati nei

prototipi esistenti ), potremo in seguito trascurare le variazioni di pressione cinetica lungo il percorso del fluido. Le trasformazioni da 0 a 2 saranno dunque considerate isobare.

Applicando questa considerazione tra 0 ed 1 abbiamo

$$\rho_0 T_0 = \rho_1 T_1. \quad (3.5)$$

Con questa assunzione la 3.4 diventa

$$\frac{c_t^2}{2} = gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) \quad (3.6)$$

Questa relazione contiene due incognite,  $c_t$  e  $T_1$ , pertanto è necessario scrivere un'altra equazione, che non introduca altre incognite.

Consideriamo l'equazione di conservazione dell'energia in forma termica

$$\Delta h + \Delta(gz) + \Delta \left( \frac{c^2}{2} \right) = L + Q \quad (3.7)$$

tra le sezioni 0 ed 1, trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale. Abbiamo

$$q = G\pi (R^2 - r_t^2) = \dot{m}c_p (T_1 - T_0) \quad (3.8)$$

D'ora innanzi chiameremo questa equazione 'bilancio termico del collettore'.

Tenendo conto che  $\dot{m} = \rho_1 \pi r^2 c_t$ , ricaviamo che

$$T_1 - T_0 = \frac{G}{c_p \rho_1 c_t} \left( \frac{R^2 - r_t^2}{r_t^2} \right). \quad (3.9)$$

Sostituendo nella 3.6 si ottiene

$$c_t^2 = \frac{2gHG}{c_p \rho_1 T_0 c_t} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.10)$$

e moltiplicando per  $c_t$  si ottiene

$$c_t^3 = \frac{2gHG}{c_p \rho_1 T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right]. \quad (3.11)$$

La potenza disponibile risulta essere

$$P_{disp} = \dot{m} \frac{c_t^2}{2} = \rho_1 \pi r_t^2 \frac{c_t^3}{2} = \rho_1 \pi r_t^2 \frac{2gHG}{2c_p \rho_1 T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.12)$$

$$P_{disp} = \frac{gH\pi(R^2 - r_t^2)G}{c_p T_0}. \quad (3.13)$$

La potenza disponibile per unità di superficie di collettore risulta essere

$$P''_{disp} = \frac{gHG}{c_p T_0}. \quad (3.14)$$

Ciò significa che, assumendo  $T_0 = 288K = 15^\circ C$  (ipotesi di media annuale),  $G = 550W/m^2$  ( alla latitudine di  $45^\circ$  e in condizioni di nuvolosità media ) e  $g = 9,81m/s^2$ , un camino di 55 metri di altezza genera 1W di potenza disponibile per metro quadro di collettore alla base.

### 3.2 Potenza convertibile

Vogliamo ora valutare la frazione massima della  $P_{disp}$  che riusciamo a convertire in potenza meccanica grazie alle turbine poste alla base del camino. Tale limite, noto col nome di limite di Betz, deriva dal fatto che la potenza estraibile da un aerogeneratore cresce col cubo della velocità dell'aria, però è altresì vero che maggiore è la velocità del fluido a valle del rotore, minore sarà la quantità di moto trasmessa dall'aria alla macchina e quindi minore sarà il lavoro prodotto. Cerchiamo dunque questo valore ottimo.

Riscriviamo l'equazione dell'energia tra 0 e 2, facendo le stesse ipotesi poste prima, senza però trascurare il termine  $L$ , che si riferisce appunto al lavoro massico prodotto dalle turbine.

$$\frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + gH + \frac{p_2 - p_0}{\rho_1} + L = 0. \quad (3.15)$$

Proseguendo con le stesse assunzioni di prima si giunge a

$$c_t^2 = 2 \left[ gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - L \right]. \quad (3.16)$$

Abbiamo una nuova incognita rispetto a prima,  $L$  appunto.

L'equazione dell'energia tra 1d e 1u, sezioni immediatamente a valle (down) e a monte (up) delle turbine, risulta

$$\frac{p_u - p_d}{\rho_1} + L = 0 \quad (3.17)$$

da cui

$$L = \frac{p_d - p_u}{\rho_1}. \quad (3.18)$$



Scriviamo l'equazione di conservazione della quantità di moto tra l'ingresso e l'uscita dell'impianto:

$$(p_d - p_u) \pi r_t^2 = \dot{m} \Delta c = \rho_1 c_t \pi r_t^2 (c_2 - c_0) \quad (3.19)$$

che con le ipotesi fatte sulle velocità diventa

$$c_t^2 = \frac{p_d - p_u}{\rho_1}. \quad (3.20)$$

Dalle due equazioni si ricava

$$L = c_t^2. \quad (3.21)$$

Sostituendo nella 3.16 si ottiene

$$c_t^2 = 2 \left[ gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - c_t^2 \right] \quad (3.22)$$

$$c_t^2 = \frac{2}{3} gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right). \quad (3.23)$$

Si procede come prima esplicitando il termine  $T_1 - T_0$  mediante il bilancio termico 3.8 del collettore. Si ottiene

$$c_t^3 = \frac{2}{3} \frac{gHG}{c_p \rho_1 T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right]. \quad (3.24)$$

Si prosegue come prima per determinare la potenza utile estraibile dalla vena fluida.

$$P_{utile} = \dot{m} L = \frac{2}{3} \frac{gH\pi (R^2 - r_t^2) G}{c_p T_0}. \quad (3.25)$$

Dal rapporto tra potenza utile e potenza disponibile, in condizioni ideali,

$$\frac{P_{utile}}{P_{disp}} = \frac{2}{3} \quad (3.26)$$

risulta che le turbine possono sfruttare al massimo  $\frac{2}{3}$  della potenza generata dalla corrente d'aria dell'impianto. Questo è proprio il valore ottimo che cercavamo.

Il rendimento della torre solare può essere così stimato

$$\eta = \frac{P_{utile}}{Q} = \frac{P_{utile}}{G\pi (R^2 - r_t^2)} = \frac{2}{3} \frac{gH}{c_p T_0}. \quad (3.27)$$

Si stima che il rendimento di una torre alta 55 metri si aggiri sullo 0,1%.



# Torre divergente



Il calcolo della  $P_{disp}$  è identico a quello della torre cilindrica.

13

Bisognerà invece scrivere che, assumendo sempre  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$  e  $\rho_1 = \rho_2$ ,

$$\rho\pi r_1^2 c_1 = \rho\pi r_2^2 c_2 \quad (4.1)$$

da cui

$$c_1 r_1^2 = c_2 r_2^2. \quad (4.2)$$

Dall'equazione dell'energia tra 0 e 2 si ottiene, facendo tutti i passaggi già esaminati,

$$c_2^2 = 2 \left[ gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - L \right]. \quad (4.3)$$

L'equazione dell'energia tra 1d ed 1u fornisce anche ora

$$L = \frac{p_d - p_u}{\rho_1}. \quad (4.4)$$

La conservazione della quantità di moto diventa invece

$$(p_d - p_u) \pi r_1^2 = \rho_1 c_1 \pi r_1^2 (c_2 - c_0) \quad (4.5)$$

$$(p_d - p_u) = \rho_1 c_1 c_2 \quad (4.6)$$

da cui

$$c_1 c_2 = \frac{p_d - p_u}{\rho_1}. \quad (4.7)$$

Dalle due precedenti equazioni si ricava

$$L = c_1 c_2. \quad (4.8)$$

Sostituendo questa relazione nella 4.3 si ottiene

$$c_2^2 = 2 \left[ gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - c_1 c_2 \right]. \quad (4.9)$$

Conviene esplicitare  $c_1$  in funzione di  $c_2$ :

$$c_1 = c_2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \quad (4.10)$$

e sostituire.

$$c_2^2 = 2gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - 2c_2^2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \quad (4.11)$$

$$c_2^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right] = 2gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) \quad (4.12)$$

$$c_2^2 = \frac{2gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right)}{\left[ 1 + 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right]}. \quad (4.13)$$

Dal bilancio termico del collettore risulta come ormai noto

$$T_1 - T_0 = \frac{G}{c_p \rho_1 c_1} \left( \frac{R^2 - r_1^2}{r_1^2} \right) \quad (4.14)$$

Sostituendo si ottiene

$$c_2^2 = \frac{2gHG (R^2 - r_1^2)}{\rho_1 r_1^2 c_1 c_p T_0 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right]}. \quad (4.15)$$

Esplicitando  $c_1$  in funzione di  $c_2$  e sostituendo, si ha

$$c_2^2 = \frac{2gHG (R^2 - r_1^2)}{\rho_1 r_2^2 c_2 c_p T_0 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right]}. \quad (4.16)$$

Moltiplicando per  $c_2$

$$c_2^3 = \frac{2gHG (R^2 - r_1^2)}{\rho_1 r_2^2 c_p T_0 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right]}. \quad (4.17)$$

Calcoliamo come prima la potenza utile:

$$P_{utile} = \dot{m}L = \dot{m}c_1c_2 = \dot{m}c_2^2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \rho_1 \pi r_2^2 c_2 c_2^2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2. \quad (4.18)$$

Sostituendo l'espressione trovata per  $c_2^3$  si ha

$$P_{utile} = \pi \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \frac{2gHG (R^2 - r_1^2)}{c_p T_0 \left[ 1 + 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right]} = \frac{2gHG \pi (R^2 - r_1^2)}{c_p T_0 \left[ \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 + 2 \right]} \quad (4.19)$$

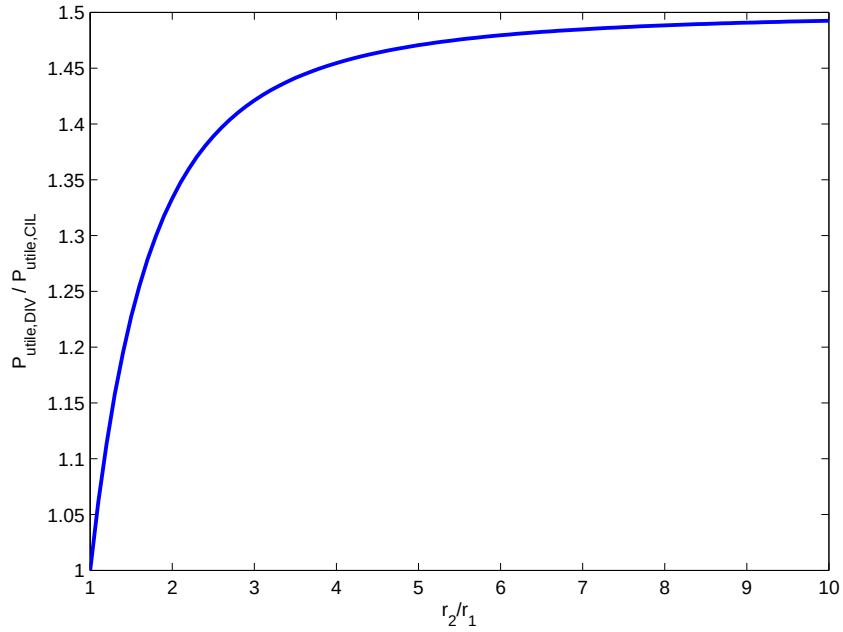


Figura 4.2: Confronto delle potenze utili con torre cilindrica e divergente.

A questo punto è interessante confrontare le potenze utili con torre cilindrica e divergente.

$$P_{utile,DIV} = \frac{3}{\left[\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + 2\right]} P_{utile,CIL} \quad (4.20)$$

Possiamo graficare questa relazione in figura 4.2.

Come si può notare, al crescere del rapporto  $\frac{r_2}{r_1}$  la potenza utile con torre divergente tende asintoticamente a 1,5 volte la potenza utile con torre cilindrica. E' interessante notare come per  $\frac{r_2}{r_1} = 3$  si abbia già

$$\frac{P_{utile,DIV}}{P_{utile,CIL}} = 1,42 \quad (4.21)$$

La costruzione di una torre divergente comporta quindi un incremento considerevole della potenza producibile. Il limite principale di questa innovazione consiste nel non poter superare un angolo di divergenza di  $7^\circ$ , al di sopra del quale si ha il rischio di distacco della vena fluida. La soluzione ottimale consiste nel fissare tale angolo al valore di  $7^\circ$ ; più alta sarà la torre, maggiore sarà

il rapporto  $\frac{r_2}{r_1}$  e maggiore sarà la potenza utile. Tale modifica della geometria dell'impianto non dovrebbe implicare grossi problemi costruttivi, proprio a causa del basso valore dell'angolo di divergenza.

Il rendimento stavolta risulta:

$$\eta = \frac{P_{utile,DIV}}{G\pi(R^2 - r_1^2)} = \frac{2gH}{c_p T_0 \left[ \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 + 2 \right]} \quad (4.22)$$

Il rendimento risulta ovviamente anch'esso maggiore o uguale a quello della torre cilindrica.

Facendo il calcolo si può dimostrare che anche la velocità del vento nella sezione 1 risulta maggiore, mentre nella sezione 2 è minore, cosa che desideravamo, al fine di diminuire l'energia cinetica del fluido all'uscita del camino.





# Capitolo 5

## Attrito fluidodinamico

### 5.1 Torre cilindrica

Vogliamo ora stimare l'entità dell'attrito fluidodinamico.

Iniziamo dalla torre cilindrica.

Siccome nel collettore l'attrito varia da punto a punto, ( variando da punto a punto la velocità  $c$  dell'aria ), mentre nel camino rimane costante, calcoliamo separatamente i due termini  $R_{coll}^-$  e  $R_{torre}^-$ . Iniziamo dal camino.

Innanzitutto calcoliamo il numero di Reynolds  $Re$  in funzione della velocità dell'aria  $c_t$  ottenuta con le precedenti approssimazioni, del diametro del camino  $2r_t$  e della viscosità cinematica dell'aria nelle condizioni ambientali ipotizzate.

$$Re = \frac{2r_t c_t}{\nu}. \quad (5.1)$$

Si sa dalla teoria che

$$R^- = \frac{2f c^2 H}{d} = \frac{2f c_t^2 H}{2r_t} = \frac{f c_t^2 H}{r_t} \quad (5.2)$$

dove  $f$  è il coefficiente d'attrito, ricavabile in funzione del  $Re$ , come vedremo in seguito.

Consideriamo ora le perdite nel collettore.

Innanzitutto come diametro di riferimento dobbiamo calcolare il diametro idraulico  $D_h$ , dato dalla seguente relazione:

$$D_h = 4 \frac{\text{areasezione}}{\text{perimetrobagnato}} \quad (5.3)$$

Sostituendo i dati relativi al collettore ottengo  $D_h = 2h = \text{cost}$  per qualsiasi sezione, dove  $h$  è l'altezza del collettore rispetto al suolo. Nota inoltre la velocità dell'aria  $c_t$  nella torre, è possibile conoscere la velocità dell'aria  $c_r$

in qualunque punto del collettore, semplicemente imponendo la conservazione della portata  $\dot{m}_1 = \dot{m}_r$ , che fornisce

$$c_r = \frac{r_t^2 c_t}{2rh} \quad (5.4)$$

Facendo le debite sostituzioni otteniamo

$$R^{-'} = \frac{2fc_r^2}{D_h} = \frac{fc_t^2 r_t^4}{4r^2 h^3} \quad (5.5)$$

dove abbiamo indicato con  $r$  il raggio variabile lungo il collettore. Bisogna integrare la precedente relazione tra il raggio interno  $r_t$  e quello esterno  $R$ . Si ottiene

$$R^- = \frac{fc_t^2 r_t^4}{4h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \quad (5.6)$$

A questo punto ripartiamo dall'equazione dell'energia tra 0 e 2, con le stesse ipotesi fatte all'inizio, tranne ovviamente il poter trascurare gli attriti:

$$\frac{c_2^2 - c_0^2}{2} + gH + \frac{p_2 - p_0}{\rho_1} + R^- = 0 \quad (5.7)$$

Con i soliti passaggi arriviamo a

$$\frac{c_t^2}{2} = gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - R^- \quad (5.8)$$

Sostituendo il valore di  $(T_1 - T_0)$  e moltiplicando per 2

$$c_t^2 = \frac{2gHG}{c_p \rho_1 c_t T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right] - 2R^-. \quad (5.9)$$

Sostituiamo ora l'espressione di  $R^- = R_{coll}^- + R_{torre}^-$

$$c_t^2 = \frac{2gHG}{c_p \rho_1 c_t T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right] - \frac{2fH}{r_t} c_t^2 - 2 \frac{fc_t^2 r_t^4}{4h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right]. \quad (5.10)$$

Moltiplichiamo per  $c_t$  e raccogliamo

$$c_t^3 \left( 1 + \frac{2fH}{r_t} + \frac{fr_t^4}{2h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \right) = \frac{2gHG}{c_p \rho_1 T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right]. \quad (5.11)$$

$$c_t^3 = \frac{2gHG \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right]}{c_p \rho_1 T_0 \left( 1 + \frac{2fH}{r_t} + \frac{fr_t^4}{2h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \right)}. \quad (5.12)$$

Come prima calcoliamo la potenza disponibile

$$P_{disp} = \dot{m} \frac{c_t^2}{2} = \rho_1 \pi r_t^2 \frac{c_t^3}{2} \quad (5.13)$$

$$P_{disp} = \frac{gHG\pi (R^2 - r_t^2)}{c_p T_0 \left( 1 + \frac{2fH}{r_t} + \frac{fr_t^4}{2h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \right)}. \quad (5.14)$$

Procediamo allo stesso modo tenendo conto del lavoro sottratto dalle turbine.

$$\frac{c_t^2}{2} = gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - L^2 - R^- \quad (5.15)$$

$$c_t^2 = 2 \left[ \frac{gHG}{c_p \rho_1 c_t T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right] - c_t^2 - \frac{c_t^2 fH}{r_t} - \frac{fc_t^2 r_t^4}{4h^3} \left( \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right) \right] \quad (5.16)$$

Raccogliendo i termini con  $c_t^2$  e moltiplicando per  $c_t$

$$c_t^3 \left( 3 + \frac{2fH}{r_t} + 2 \frac{fr_t^4}{4h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \right) = \frac{2gHG}{c_p \rho_1 T_0} \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right]. \quad (5.17)$$

$$c_t^3 = \frac{2gHG \left[ \left( \frac{R}{r_t} \right)^2 - 1 \right]}{c_p \rho_1 T_0 \left( 3 + \frac{2fH}{r_t} + 2 \frac{fr_t^4}{4h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \right)}. \quad (5.18)$$

Procediamo col calcolo della potenza utile

$$P_{utile} = \dot{m} L = \rho_1 \pi r_t^2 c_t^3 \quad (5.19)$$

$$P_{utile} = \frac{2gHG\pi (R^2 - r_t^2)}{c_p T_0 \left( 3 + \frac{2fH}{r_t} + 2 \frac{fr_t^4}{4h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \right)}. \quad (5.20)$$

Vediamo di quanto diminuisce la  $P_{utile}$  con gli attriti fluidodinamici. I dati forniti dall'istituto Maxwelll sulle dimensioni dell'impianto sono  $R = 5m$ ,  $H =$

5m ( dimensioni d'ingombro ). Il raggio della torre  $r_t$  costituisce un grado di libertà per la progettazione della macchina. Viene abbastanza facile supporre che al variare di tale parametro vari la velocità dell'aria e quindi la potenza disponibile. Possiamo allora pensare di cercare, se esiste, un raggio ottimo del camino. Rimandiamo a dopo questo conto e supponiamo per ora un raggio di torre di  $r_t = 0,25m$ . Senza tener conto degli attriti si ottengono

- $c_t = 2,74m/s$
- $P_{utile} = 4,85W$

Dobbiamo ora calcolare il coefficiente d'attrito  $f$ . Come già accennato, esso dipende dal  $Re$ . Se assumiamo per semplicità che tutte le superfici siano lisce, le due correlazioni da usare sono

$$f = \frac{16}{Re} \quad (5.21)$$

valida per moto laminare e

$$f = 0,079Re^{-\frac{1}{4}} \quad (5.22)$$

valida per moto turbolento. [4]

Ricordiamo che il moto di un fluido è laminare se  $Re < 2300$ . Per  $Re > 2300$  il moto diventa dapprima di transizione e poi definitivamente turbolento. Nel camino si ha  $Re = 80000$ , in pieno regime turbolento. Nel collettore il moto sarà dapprima laminare, ma facendo un semplice conto si vede come già dopo mezzo metro esso diventi turbolento. Facciamo allora l'ipotesi semplificativa che il moto sia ovunque turbolento con  $Re = 80000$ . Usando la seconda delle due formule per il calcolo di  $f$  si ricava  $f = 0,0047$ .

Tenendo stavolta conto degli attriti si ha

- $c_t = 2,68m/s$
- $P_{utile} = 4,54W$

Ciò significa che tenendo conto degli attriti fluidodinamici la potenza utile si è ridotta circa del 7%.

## 5.2 Torre divergente

Calcoliamo ora l'entità degli attriti nel modello con torre divergente.

Cominciamo col camino. La velocità varia nella direzione verticale con andamento

$$c = c_1 \left( \frac{r_1}{r} \right)^2 \quad (5.23)$$

avendo imposto la conservazione della portata tra la base e la sommità del camino. L'espressione degli attriti per unità di lunghezza diventa in questo modo

$$R^{-'} = \frac{2fc^2}{2r} = \frac{fc_1^2 r_1^4}{r^5}. \quad (5.24)$$

Dobbiamo integrare questa espressione tra la sezione 1 e la sezione 2.

$$R^- = \int_0^H R^{-'} dH = \int_0^H \frac{fc_1^2 r_1^4}{r^5} dH \quad (5.25)$$

Se chiamiamo  $\theta$  l'angolo di divergenza, si trova facilmente che

$$dH = \frac{dr}{\tan \theta} = \frac{dr H}{r_2 - r_1}. \quad (5.26)$$

Sostituendo si ha

$$R^- = fc_1^2 r_1^4 \int_{r_1}^{r_2} \frac{H dr}{(r_2 - r_1) r^5} \quad (5.27)$$

che fornisce

$$R^- = \frac{fc_1^2 H}{4(r_2 - r_1)} \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^4 \right] \quad (5.28)$$

Questa è l'espressione degli attriti nel camino. Il termine relativo al collettore sarà identico a quello calcolato per la torre cilindrica.

Consideriamo nuovamente l'espressione della conservazione dell'energia in forma meccanica tra 0 e 2. Con i soliti passaggi arriviamo fino alla 5.17, con la sola differenza che al posto di  $c_t$  specifichiamo  $c_2$ :

$$\frac{c_2^2}{2} = gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - L^2 - R^- \quad (5.29)$$

$$c_2^2 = 2 \left[ gH \left( \frac{T_1 - T_0}{T_0} \right) - c_1 c_2 - R^- \right] \quad (5.30)$$

Sostituendo l'espressione del bilancio termico del collettore, quella degli attriti ed esplicitando  $c_1$  in funzione di  $c_2$  in tutti i termini, otteniamo

$$c_2 = \left( \frac{N}{A + 2E + 2M} \right)^{1/3} \quad (5.31)$$

da cui

$$c_1 = \left( \frac{N}{A + 2E + 2M} \right)^{1/3} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2, \quad (5.32)$$

dove, per rendere la formula più leggibile, abbiamo raccolto i termini

$$N = \frac{2gHG}{T_0 c_p \rho_1} \left( \frac{R^2 - r_1^2}{r_2^2} \right) \quad (5.33)$$

$$A = 1 + 2 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \quad (5.34)$$

$$E = \frac{f r_2^4}{4h^3} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{R} \right) \quad (5.35)$$

$$M = \frac{fH}{4(r_2 - r_1)} \left[ \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^4 - 1 \right] \quad (5.36)$$

La potenza utile nell'impianto con torre divergente, al netto degli attriti, risulta essere

$$P_{utile, DIV} = \dot{m}L = \dot{m}c_1c_2 = \rho_1 \pi r_2^2 c_2^3 \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2. \quad (5.37)$$

Calcoliamo, anche con questa geometria, la potenza utile con e senza attriti. Con le misure  $R = 5m$ ,  $H = 5m$ ,  $r_1 = 0,25m$ ,  $r_2 = 3r_1 = 0,75m$ , dalle quali risulta che  $\theta < 6^\circ$ , abbiamo

- $c_1 = 6,41m/s$
- $P_{utile} = 6,90W$

senza tener conto degli attriti e

- $c_1 = 6,17m/s$
- $P_{utile} = 6,16W$

al netto degli attriti.

Si noti come la potenza sia diminuita di circa il 10%.

# Capitolo 6

## Dispersione termica

### 6.1 Torre cilindrica e camino adiabatico

Abbiamo ricavato, come ci eravamo prefitti, un modello parametrico d'impianto. Abbiamo utilizzato le equazioni di conservazione dell'energia nelle due forme, termica e meccanica, inizialmente trascurando gli effetti d'attrito fluidodinamico e poi tenendone conto. Tuttavia alcune ipotesi semplificative rendono il modello non ancora completo, prima fra tutte l'assunzione di rendimento unitario di scambio termico al collettore. Riprendiamo l'equazione relativa a quest'ultimo punto:

$$q = G\pi (R^2 - r_t^2) = \dot{m}c_p (T_1 - T_0) \quad (6.1)$$

La relazione esprime chiaramente che tutto l'irraggiamento captato dalla superficie trasparente ( $q$ ) è trasformato in un incremento della temperatura dell'aria ( $T_1 - T_0$ ), che ricordiamo essere causa della diminuzione di densità della stessa, con conseguente effetto di galleggiamento. Non ci è difficile immaginare però che l'aria, nel suo moto tra terreno e collettore, riscaldi queste due superfici e perda così parte dell'energia termica assorbita. Se ipotizziamo di poter rendere adiabatica, mediante un opportuno isolante, l'area che separa l'impianto dal terreno, non possiamo invece pensare di fare lo stesso con la superficie vetrata, in quanto essa deve poter lasciar passare le radiazioni. Piuttosto, cercheremo un materiale che ottimizzi l'effetto serra, ossia che permetta il più possibile il passaggio delle radiazioni solari dirette e che ostacoli il ritorno di quelle riflesse dal terreno.

Anche così facendo, non si riuscirà tuttavia ad eliminare la dispersione termica attraverso il collettore. Dobbiamo allora tenerne conto e correggere il modello parametrico. Assumeremo comunque che tutto l'irraggiamento inci-

dente passi attraverso la superficie vetrata, senza che vi sia alcuna frazione riflessa.

Nei nuovi conti comparirà il "coefficiente di scambio termico globale"

$$U = \frac{1}{R''_{tot}} = \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\Delta x}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e} \right)^{-1}, \quad (6.2)$$

dove

- $\alpha_i$  è il coefficiente di convezione interno
- $\alpha_e$  è il coefficiente di convezione esterno
- $\Delta x$  è lo spessore della superficie trasparente
- $\lambda$  è la conduttività termica del collettore
- $R''_{tot}$  è la resistenza specifica globale

I valori di  $\alpha_i$  e di  $\alpha_e$  sono variabili da punto a punto, essendo dipendenti dalla velocità  $c$  dell'aria e dalla temperatura  $T_r$  dell'aria stessa in ogni sezione. Tali valori sono calcolabili mediante i numeri adimensionali della trasmissione del calore, quali *Reynolds*, *Nusselt*, *Rayleigh*, *Prandtl*, *Grashof*. Le relazioni che useremo per calcolare questi numeri sono state ricavate empiricamente e quindi contengono spesso valori esponenziali non interi. Risulta indispensabile allora discretizzare il modello ed integrare numericamente la nuova espressione del bilancio termico. Interpolando poi i valori ottenuti in ciascun nodo è possibile ricavare il profilo effettivo di temperatura e velocità.

Cominciamo con lo scrivere il bilancio termico nel collettore, tenendo conto stavolta anche delle dispersioni.

Abbiamo detto che dobbiamo discretizzare il modello. Creiamo allora un reticolo a simmetria radiale, in modo che ogni nodo sia equidistanziato da quello che lo segue e da quello che lo precede. Il bilancio è

$$q_f = q_e - q_u \quad (6.3)$$

dove

- $q_f$  è il flusso termico ceduto al fluido
- $q_e$  è il flusso termico in entrata
- $q_u$  è il flusso termico in uscita ( dispersione )



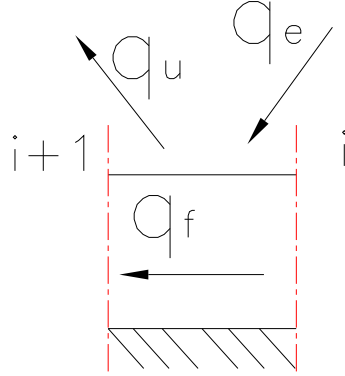


Figura 6.1: Bilancio termico nel collettore tra due nodi del reticolo.

Esplicitando i flussi il bilancio diventa

$$2\pi r_{i+\frac{1}{2}} h c_{i+\frac{1}{2}} \rho_0 c_p (T_{i+1} - T_i) = G\pi (r_i^2 - r_{i+1}^2) - \pi (r_i^2 - r_{i+1}^2) U_{i+\frac{1}{2}} (T_{i+\frac{1}{2}} - T_0). \quad (6.4)$$

Semplifichiamo innanzitutto ponendo

- $c_{i+\frac{1}{2}} \cong c_{i+1}$
- $U_{i+\frac{1}{2}} \cong U_{i+1}$
- $T_{i+\frac{1}{2}} \cong T_{i+1}$
- $r_{i+\frac{1}{2}} \cong r_{i+1}$

Semplificando poi i termini uguali a sinistra e a destra si ha

$$h c_{i+1} \rho_0 c_p (T_{i+1} - T_i) = G (r_i - r_{i+1}) - U_{i+1} (T_{i+1} - T_0) (r_i - r_{i+1}). \quad (6.5)$$

Le incognite di questa equazione sono solamente

- $c_{i+1}$
- $T_{i+1}$

visto che

- $U_{i+1}$  è funzione di  $c_{i+1}$  e di  $T_{i+1}$

- $T_i$  è nota dal calcolo del nodo precedente

Come già introdotto,

$$U_{i+1} = \frac{1}{R''_{tot}} = \left( \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\Delta x}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_e} \right)^{-1}. \quad (6.6)$$

Vediamo nello specifico come si calcolano  $\alpha_i$  ed  $\alpha_e$ .

$$\alpha_e = \frac{Nu_L \lambda_{aria}}{L}, \quad (6.7)$$

dove la lunghezza di riferimento è

$$L = \frac{area}{perimetro} = \frac{R - r_t}{2}. \quad (6.8)$$

Esistono due relazioni per il calcolo del numero di Nusselt medio su lastra piana orizzontale. Quella per moto laminare

$$Nu_L = 0,54 Ra_L^{\frac{1}{4}} \quad (6.9)$$

valida per  $10^4 < Ra_L < 10^7$ , e quella per moto turbolento

$$Nu_L = 0,15 Ra_L^{\frac{1}{3}} \quad (6.10)$$

valida per  $10^7 < Ra_L < 10^{11}$ .

In ciascun nodo verrà valutato il  $Ra_L$  e a seconda del suo valore verrà utilizzata l'una o l'altra correlazione.

Il numero di Rayleigh si calcola da

$$Ra_L = Gr_L Pr. \quad (6.11)$$

Il numero di Prandtl possiamo assumerlo costante anche al variare della temperatura, così come la conduttività  $\lambda_{aria}$ , la costante  $\frac{g\beta}{\nu^2}$  e tutte le altre proprietà termofisiche dell'aria, che di fatto variano di poco nell'intervallo di temperatura stimato, tra ingresso del collettore e base della torre (ipotesi di Boussinesque, vedi spiegazione al cap.3).

Infine, il numero di Grashof è esprimibile come

$$Gr_L = \frac{g\beta}{\nu^2} L^3 (T_{i+1} - T_0). \quad (6.12)$$

In quest'ultimo calcolo possiamo approssimare usando  $T_i$  ( nota dal nodo precedente ) al posto di  $T_{i+1}$ .

Nel calcolo di  $\alpha_i$  usiamo invece le relazioni per la convezione forzata interna.

$$\alpha_i = \frac{Nu_{D_h} \lambda_{aria}}{D_h}, \quad (6.13)$$

dove ricordiamo  $D_h = 2h$ .

Da un conto mediante i valori di velocità che si possono ricavare dal modello precedentemente costruito, si nota che il flusso d'aria diventa quasi subito turbolento. Per semplicità calcoliamo quindi il numero di Nusselt con l'espressione per il moto turbolento

$$Nu_{D_h} = 0,027 Re_{D_h}^{\frac{4}{5}} Pr^{\frac{1}{3}}, \quad (6.14)$$

valida per  $Re_{D_h} > 10000$ , dove si è omissso il termine con le viscosità perchè stiamo trattando con un gas.

Se il modello deve simulare un impianto di piccole dimensioni ( come nel caso del prototipo testato al Centro Ricerche Fiat, del quale parleremo in seguito ), nel quale il moto dell'aria può essere laminare per una parte considerevole del condotto, dobbiamo calcolare il  $Nu_{D_h}$  mediante l'espressione valida per  $Re_{D_h} < 10000$ :

$$Nu_{D_h} = 1,86 \left( \frac{Re_{D_h} Pr}{L/D} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (6.15)$$

Per il calcolo del *Reynolds* usiamo la solita relazione

$$Re_{D_h} = \frac{D_h c_{i+1}}{\nu}. \quad (6.16)$$

Siamo a questo punto in grado di calcolare  $\alpha_i$  ed  $\alpha_e$  e quindi  $U_{i+1}$ . Ovviamente lo spessore  $\Delta x$  e la conduttività  $\lambda$  della superficie rimangono costanti per tutti i nodi.

Avevamo detto che nell'equazione di bilancio 6.5 ci sono due incognite,  $c_{i+1}$  e  $T_{i+1}$ . Come possiamo risolvere un'equazione in due incognite? Partiamo dal primo nodo. Esso si trova alla coordinata  $r_i = r_{i=1} = R$ , quindi sappiamo che  $T_i = T_{i=1} = T_0$ . Prendiamo come valore della velocità  $c_{i+1} = c_{i=2}$  quello ottenibile dal nostro modello semplificato e calcoliamo  $T_{i+1} = T_{i=2}$ . Spostiamoci quindi al nodo successivo e rifacciamo lo stesso calcolo, prendendo come  $T_i$  la  $T_{i+1}$  calcolata al nodo precedente. Procediamo così fino ad arrivare alla base della torre.

Qui giunti, non possiamo certo dire che i profili di temperatura e di velocità sono esatti. Infatti ricordiamo che la velocità  $c_i$  del primo nodo del collettore è stata ricavata dal modello precedente d'impianto, che non teneva conto

delle dispersioni termiche. Ricalcoliamo allora il valore della velocità nella torre, sostituendo a  $G$  il valore dell'irraggiamento effettivo assorbito dal fluido, ottenibile mediante la seguente formula

$$G_f = \frac{\dot{m}c_p(T_1 - T_0)}{A} = \frac{\rho_0 r_t^2 c_t c_p (T_1 - T_0)}{R^2 - r_t^2}. \quad (6.17)$$

Con questo nuovo valore di  $c_t$  ricalcoliamo, dal primo all'ultimo nodo, i profili di velocità e temperatura. Iteriamo questo procedimento fino ad avere una convergenza accettabile dei profili (figure 6.2 e 6.3).

Diamo un esempio in figura 6.4 di come il profilo della temperatura converga al susseguirsi delle iterazioni.

Per completezza, sovrapponiamo i grafici di temperatura e velocità delle due configurazioni  $P_{disp}$  (senza turbina) e  $P_{utile}$  (con turbina) (figure 6.5 e 6.6).

Si noti come in assenza di turbine ( $P_{disp}$ ) l'aria abbia velocità maggiore e quindi si scaldi di meno rispetto alla configurazione della  $P_{utile}$ .

## 6.2 Torre cilindrica e camino captante

Sinora abbiamo sempre supposto che il camino fosse adiabatico. Se pensiamo invece di costruirlo con un materiale che trasmette bene il calore, possiamo sfruttare anche l'irraggiamento solare incidente su di esso. Vogliamo calcolare l'entità del vantaggio che avremmo con questo tipo di scelta.

Siccome il camino è costruito con un materiale opaco, ci sarà inevitabilmente una frazione di radiazione riflessa. Ipotizziamo per semplicità che tale frazione sia nulla, ossia mettiamoci nelle condizioni ideali di rendimento di scambio termico unitario. Possiamo immaginare di avvicinarci a questa condizione avvolgendo la torre con una superficie trasparente e realizzando il vuoto nell'intercapedine. In questo modo tutta la frazione riflessa dal camino rimane tra le due superfici, sempre a causa dell'effetto serra, e verrà prima o poi assorbita anch'essa dalla torre.

Immaginiamo di voler calcolare la potenza disponibile e consideriamo l'equazione di conservazione dell'energia in forma meccanica, stavolta scritta in forma differenziale:

$$cdc + gdz + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (6.18)$$

Infatti non possiamo applicare direttamente la relazione tra le sezioni d'ingresso 0 e di uscita 2, poichè la densità dell'aria risulterà stavolta variabile

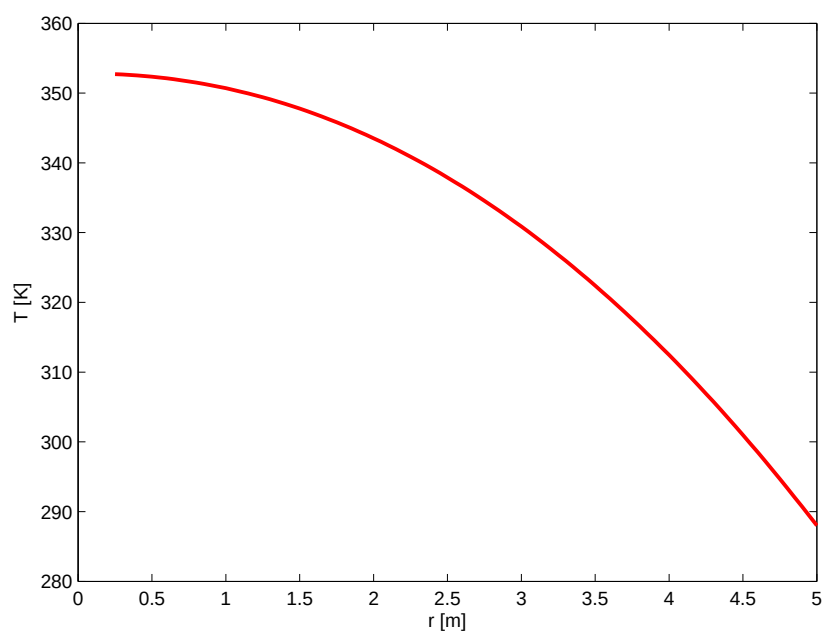


Figura 6.2: Profilo della temperatura dell'aria lungo il collettore, con turbina installata.

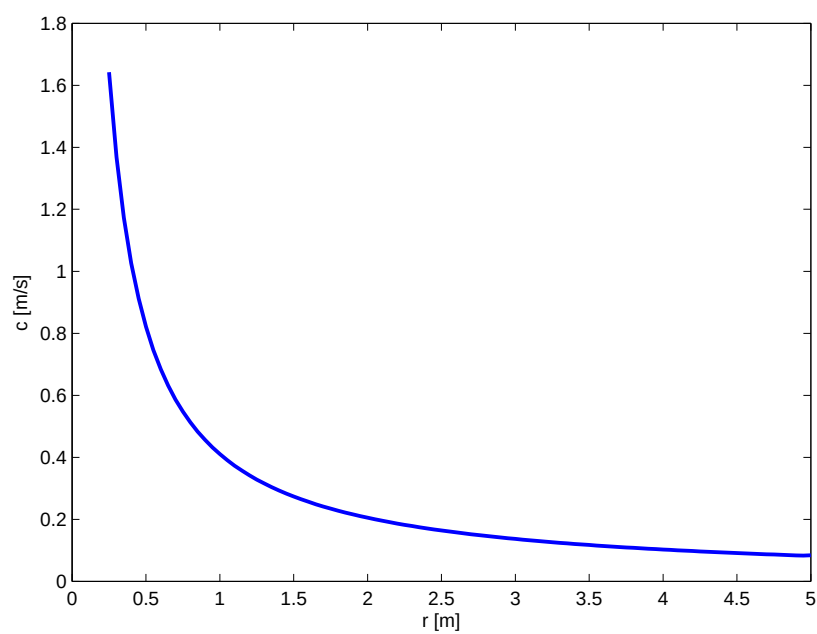


Figura 6.3: Profilo della velocità dell'aria lungo il collettore, con turbina installata.

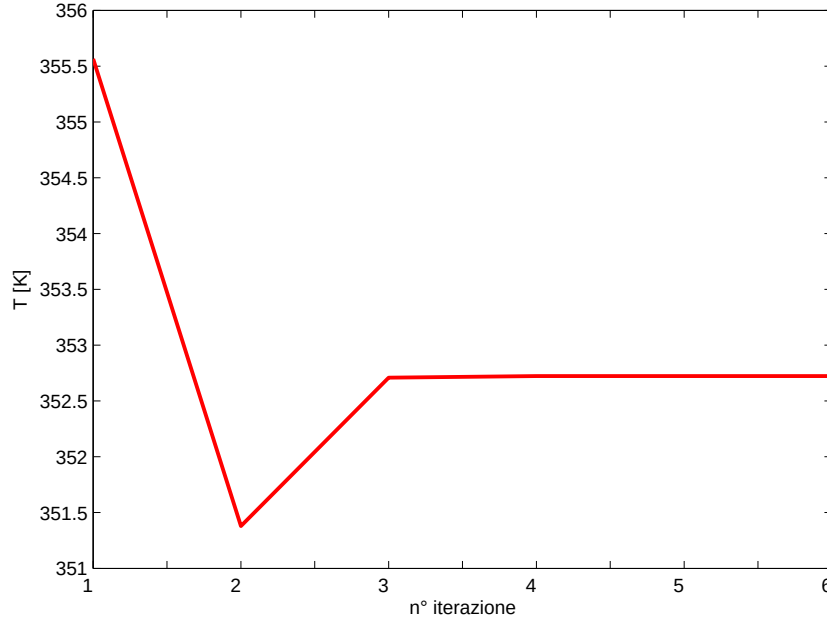


Figura 6.4: Andamento convergente del profilo della temperatura con turbina installata. Nelle ordinate è riportata la temperatura dell'ultimo nodo, ossia alla base della torre.

lungo il cammino, ossia nella direzione verticale, proprio a causa dell'apporto termico. Integriamo allora la 6.18 tra 0 e 2.

$$\int_{c_0}^{c_2} c dc + \int_0^H g dz + \int_{p_0}^{p_2} \frac{dp}{\rho} = 0. \quad (6.19)$$

Sempre nell'ipotesi di poter trascurare le variazioni di pressione cinetica lungo tutto il percorso dell'aria, abbiamo

$$\rho T = \rho_0 T_0 \quad (6.20)$$

e

$$p_0 \cong p_1. \quad (6.21)$$

Abbiamo così

$$\frac{c_2^2}{2} + gH + \int_{p_1}^{p_2} \frac{T dp}{\rho_0 T_0} = 0. \quad (6.22)$$

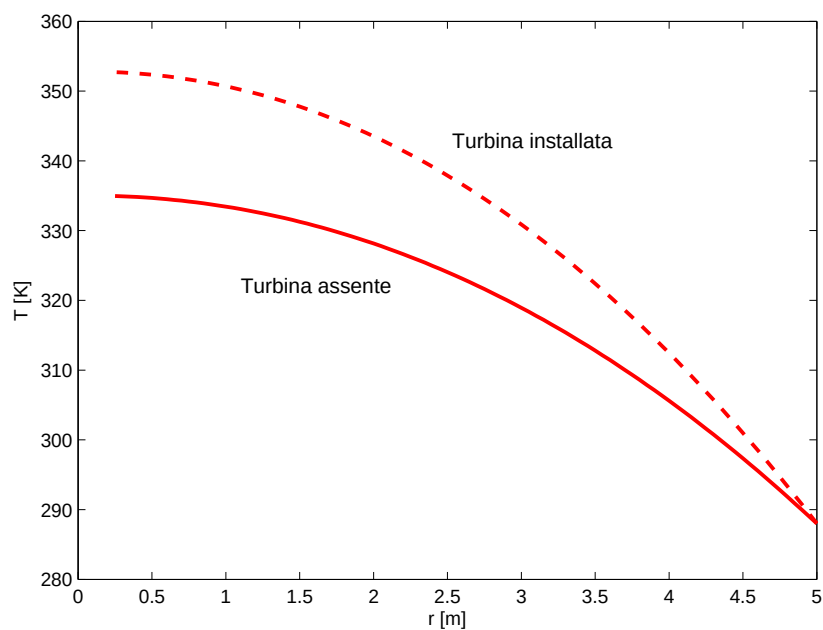


Figura 6.5: Confronto dei profili di temperatura lungo il collettore nelle due configurazioni: turbina assente e turbina installata.

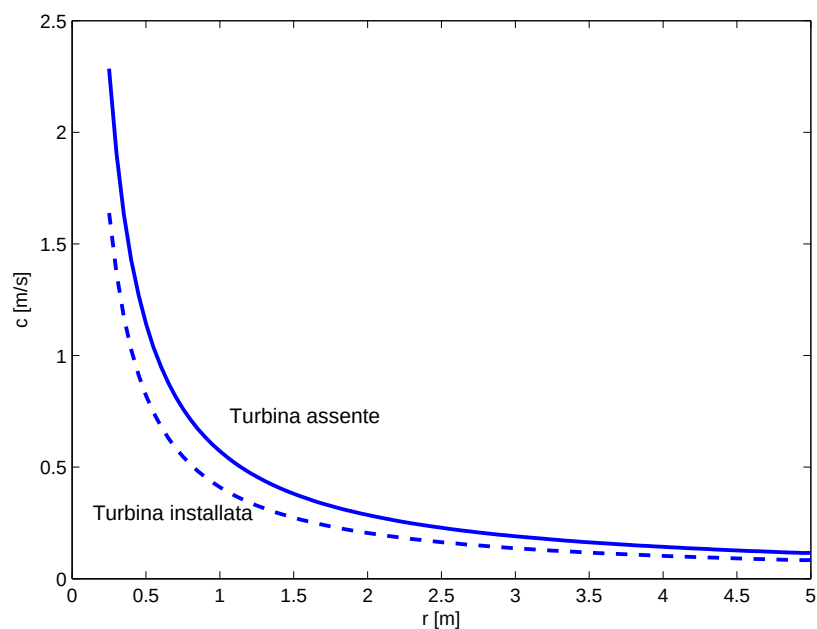


Figura 6.6: Confronto dei profili di velocità lungo il collettore nelle due configurazioni: turbina assente e turbina installata.

Il bilancio termico nel camino è

$$q = G2r_t z = \dot{m}c_p (T - T_1), \quad (6.23)$$

essendo esso per metà esposto al sole e per metà in ombra, dal quale otteniamo la  $T$  in funzione di  $z$ :

$$T = T_1 + \frac{G2r_t z}{\dot{m}c_p} \quad (6.24)$$

Il differenziale della pressione atmosferica è

$$dp = -\rho_0 g dz. \quad (6.25)$$

Sostituendo le espressioni di  $T$  e  $dp$  nell'integrale e con opportuno cambiamento degli estremi d'integrazione, si ha

$$\int_{p_0}^{p_2} \frac{T dp}{\rho_0 T_0} = -gH \left( \frac{T_1}{T_0} + \frac{Gr_t H}{T_0 \dot{m}c_p} \right). \quad (6.26)$$

L'equazione dell'energia nel suo complesso è

$$\frac{c_2^2}{2} + gH = gH \left( \frac{T_1}{T_0} + \frac{Gr_t H}{T_0 \dot{m}c_p} \right). \quad (6.27)$$

Il secondo termine a destra entro parentesi introduce il termine  $c_2$  a denominatore e quindi sviluppando si avrebbe un'equazione di terzo grado in  $c_2$ . Invece di procedere in questa prospettiva, facciamo questa considerazione. Se l'area di captazione del camino fosse pari  $r_t H$ , ossia la metà di quella effettiva, e se tale area si trovasse ad altezza nulla da terra ( per assurdo ), potremmo scrivere il bilancio termico come

$$q = Gr_t H = \dot{m}c_p (T_2 - T_1). \quad (6.28)$$

In questo modo potremmo fare la sostituzione

$$\frac{Gr_t H}{\dot{m}c_p} = T_2 - T_1 \quad (6.29)$$

e raccogliere a secondo membro ottenendo

$$\frac{c_2^2}{2} = gH \frac{(T_2 - T_0)}{T_0}. \quad (6.30)$$

Questa equazione è identica a quella ottenuta considerando il camino adiabatico, con la sola differenza di avere  $T_2$  al posto di  $T_1$ . Deduciamo allora che l'apporto termico della torre è pari a quello che si avrebbe con metà della



sua superficie, posta a livello del suolo. In altre parole, costruire il camino captante equivale ad aggiungere un'area di  $r_t H$  di collettore. Possiamo intuire quindi che tale scelta non gioverà in maniera considerevole all'incremento della potenza disponibile. Tuttavia, proseguiamo con i calcoli per valutare quantitativamente l'entità di questo beneficio. Notiamo che lo sviluppo dell'equazione sarà identico a quello trattato al capitolo 3, con l'unica differenza che ora abbiamo un'area di collettore di  $\pi (R^2 - r_t^2) + r_t H$  al posto che solamente  $\pi (R^2 - r_t^2)$ .

La velocità dell'aria, al netto degli attriti e del salto di pressione alle turbine, sarà

$$c_t^3 = \frac{2gHG [\pi (R^2 - r_t^2) + r_t H]}{c_p \rho_1 T_0 \pi r_t^2 \left( 3 + \frac{2fH}{r_t} + 2\frac{fr_t^4}{4h^3} \left[ \frac{1}{r_t} - \frac{1}{R} \right] \right)}. \quad (6.31)$$

Siamo nell'ipotesi di camino captante. Si avranno anche qui delle dispersioni termiche per conduzione e convezione. Dobbiamo allora estendere il calcolo di integrazione numerica fino alla sommità della torre. Discretizziamola nella direzione verticale e scriviamo il bilancio termico tra due nodi qualsiasi.

$$q_f = q_e - q_u. \quad (6.32)$$

Esplicitando

$$\rho_0 c_{i+\frac{1}{2}} \pi r_t^2 c_p (T_{i+1} - T_i) = G 2r_t (H_{i+1} - H_i) - U_{i+\frac{1}{2}} \left( T_{i+\frac{1}{2}} - T_0 \right) 2\pi r_t (H_{i+1} - H_i), \quad (6.33)$$

dove abbiamo assunto che l'irraggiamento avviene su metà della superficie cilindrica, mentre la dispersione termica avviene su tutto il mantello. Nelle ipotesi che

- $c_i = c_t \forall i$
- $U_{i+\frac{1}{2}} \cong U_{i+1}$
- $T_{i+\frac{1}{2}} \cong T_{i+1}$

e semplificando

$$\rho_0 c_t r_t c_p (T_{i+1} - T_i) = G \frac{2}{\pi} (H_{i+1} - H_i) - U_{i+1} (T_{i+1} - T_0) 2 (H_{i+1} - H_i). \quad (6.34)$$

In questo caso, siccome la  $T_i$  è nota dal nodo precedente, l'unica incognita è la  $T_{i+1}$ . Nel primo nodo si assumerà  $T_i$  uguale alla temperatura dell'ultimo nodo del reticolo del collettore.

Il procedimento per il calcolo della  $\alpha_e$  è lo stesso di prima, solamente che qui si deve considerare convezione esterna su lastra piana verticale, e non orizzontale. La lunghezza di riferimento sarà proprio l'altezza  $H$  della torre e il numero di Nusselt, riferito alla condizione di moto laminare, è

$$Nu_H = 0,55 Ra_H^{\frac{1}{4}}, \quad (6.35)$$

se invece riferito alla condizione di moto turbolento, è

$$Nu_H = 0,13 Ra_H^{\frac{1}{3}}. \quad (6.36)$$

Anche  $\alpha_i$  è calcolato come prima con le relazioni per la convezione forzata interna; il diametro idraulico è ovviamente il diametro stesso del camino.

A questo punto risolviamo il calcolo numerico come prima, fino a che i profili di velocità e temperatura nel collettore e nel camino non convergono a un risultato accettabile ( figura 6.7 ).

Con l'apporto termico della torre otteniamo i seguenti valori:

- $T_{uscita} = 353,1 K$
- velocità nel camino =  $2,63 m/s$
- $P_{utile} = 4,30 W$

Ricordiamo che col camino adiabatico si avevano i valori:

- $T_{uscita} = 352,7 K$
- velocità nel camino =  $2,62 m/s$
- $P_{utile} = 4,27 W$

Come si può notare dai grafici e dai valori ottenuti, l'incremento di potenza utile non raggiunge nemmeno l'1%. Ricordiamo che il conto è stato fatto nelle condizioni ideali di riflessione nulla e rendimento unitario di scambio termico al camino, quindi nella realtà l'effetto utile sarà ancora minore di quello appena calcolato. Come avevamo previsto, la costruzione del camino captante non provoca dei benefici apprezzabili all'impianto. Inoltre, abbiamo considerato lo stesso valore d'irraggiamento specifico  $G$  sia per il collettore che per il camino, trovandoci alla latitudine di  $45^\circ$ . L'inclinazione ottima per massimizzare l'irraggiamento al camino è tuttavia quella di angolo zenitale pari

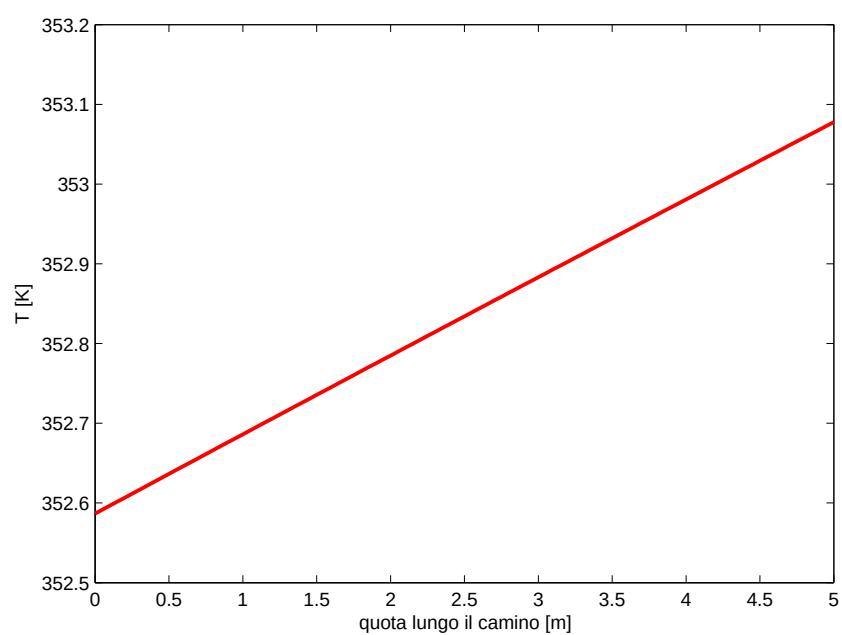


Figura 6.7: Profilo di temperatura lungo il camino, nella configurazione con camino captante.

a  $90^\circ$ , ossia ai poli, dove però sarà pessimo l'irraggiamento al collettore! Sarà quindi preferibile isolare opportunamente la torre, in modo da renderla il più possibile adiabatica verso l'esterno, minimizzando il flusso termico disperso per convezione. D'ora innanzi torneremo dunque a supporre la torre adiabatica.

### 6.3 Torre divergente e camino adiabatico

Simuliamo ora i profili di temperatura e velocità con torre divergente, al netto delle dispersioni termiche, e confrontiamoli con quelli relativi all'impianto con torre cilindrica ( figure 6.8 e 6.9 ).

Otteniamo i seguenti valori:

Torre Cilindrica:

- $T_{uscita} = 352,7K$
- velocità nel camino =  $2,62m/s$
- $P_{utile} = 4,27W$

Torre Divergente:

- $T_{uscita} = 316,6K$
- velocità alla base del camino =  $6,1m/s$
- velocità alla sommità del camino =  $0,7m/s$
- $P_{utile} = 5,91W$

Da questi risultati si evince chiaramente come la geometria divergente minimizzi l'energia cinetica allo scarico, incrementandola nella sezione delle turbine, e anche l'energia termica prodotta, che non rientra nell'effetto utile d'impianto. Si noti infatti come l'aria allo scarico sia minore di quasi  $40^\circ C$  rispetto all'aria nella torre cilindrica. Ne consegue un incremento della potenza utile del 38%! Viene quindi confermato che l'opzione d'impianto con camino divergente comporta un beneficio più che apprezzabile.

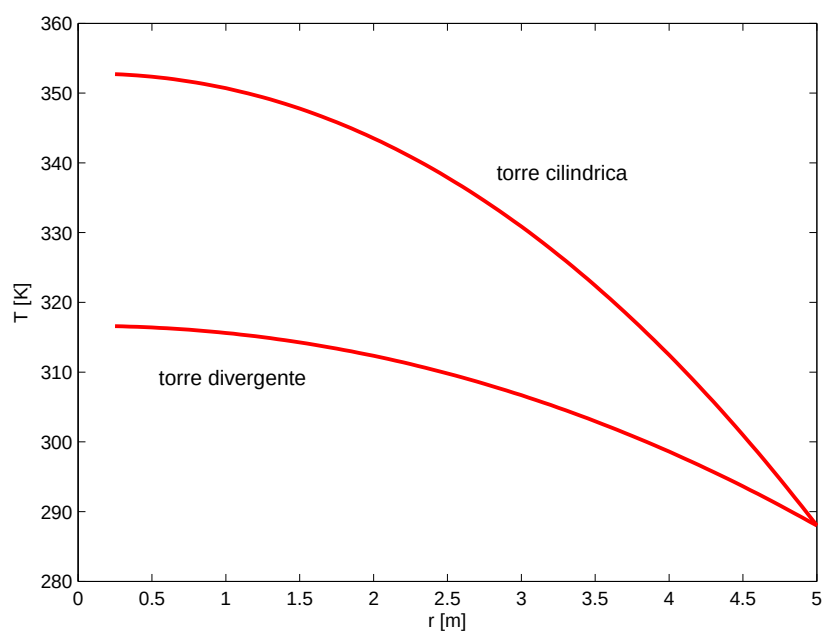


Figura 6.8: Confronto dei profili di temperatura tra torre cilindrica e divergente.

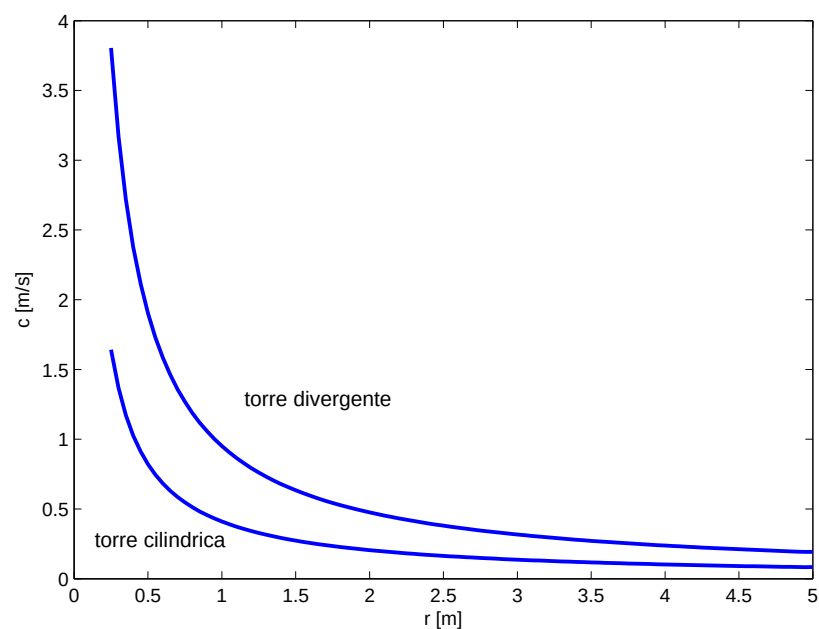


Figura 6.9: Confronto dei profili di velocità tra torre cilindrica e divergente.



# Capitolo 7

## Considerazioni

Consideriamo la formula che esprime il rendimento dell'impianto. Per semplicità ci riferiamo alla torre cilindrica, adiabatica e senza attriti. Ci interessa infatti mostrare quali sono i termini che maggiormente influenzano il rendimento.

$$\eta = \frac{P_{utile}}{Q} = \frac{P_{utile}}{G\pi(R^2 - r_t^2)} = \frac{2}{3} \frac{gH}{c_p T_0}. \quad (7.1)$$

Come si può notare, l'unico parametro modificabile in sede di progetto è l'altezza  $H$  del camino. Ciò significa che più è alta la torre più potenza genera l'impianto, a parità di superficie captante di collettore. Con  $H = 5m$  si ha  $\eta = 0,01\%$  e la potenza estraibile è dell'ordine di qualche Watt.

Quali sono i punti critici della conversione energetica? Il collettore riesce a trasferire abbastanza bene l'energia termica alla vena fluida, tant'è che si prevede che l'incremento di temperatura dell'aria nel collettore si aggiri sui  $60^\circ C$ ! Il punto critico di conversione energetica sta nella trasformazione di tale energia termica in cinetica. In particolare, avendo l'aria una densità molto bassa, il lavoro massico prodotto alla turbina risulta assai limitato. Notiamo che la torre solare rilascia allo scarico un fluido a temperatura di circa  $80^\circ C$ , che però non può venire recuperato. Se così facessimo infatti l'aria verrebbe raffreddata e tenderebbe a risalire molto più lentamente, cosa che ovviamente non desideriamo.

Con questo modello di macchina, l'unico modo per aumentare il rendimento dell'impianto consiste nell'incrementare l'altezza del camino. Un'idea per aumentare la potenza producibile potrebbe essere quella di introdurre nel collettore aria preriscaldata, proveniente ad esempio dal condensatore di un impianto di condizionamento. Un'altra alternativa sarebbe utilizzare un gas con  $c_p$  inferiore a quello dell'aria. In questo caso si dovrebbe però realizzare un ciclo chiuso, ad esempio raffreddando il gas alla sommità della torre, mediante

uno scambiatore che recupera il calore prodotto. Il gas raffreddato scenderebbe per differenza di densità in una torre attigua, fino a tornare all'ingresso del collettore.



## Capitolo 8

### Raggio ottimo

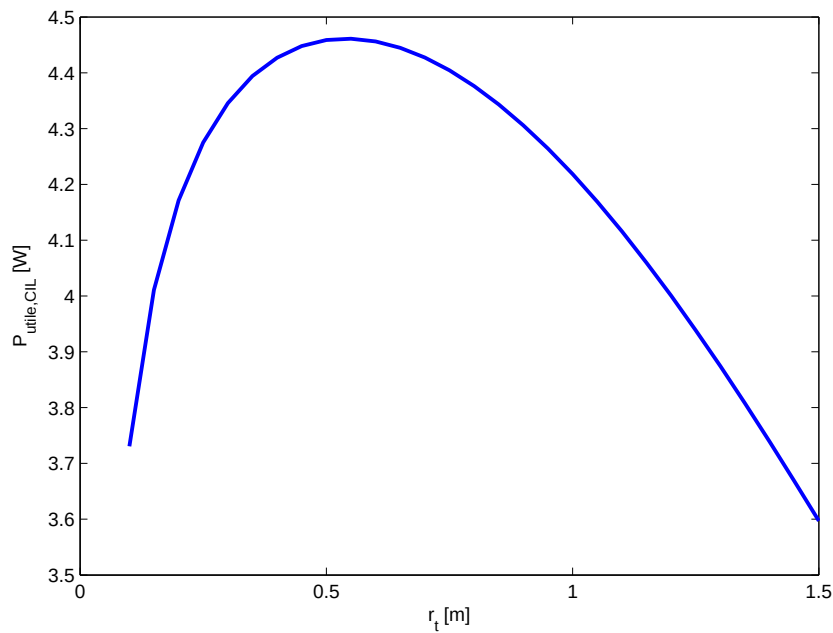


Figura 8.1: Andamento della potenza utile al variare del raggio del camino, con torre cilindrica.

Abbiamo sinora simulato il comportamento dell'impianto usando come dati le misure d'ingombro fornite dall'istituto Maxwell,  $H = 5m$  e  $R = 5m$ , e la misura del raggio di torre  $r_t = 0,25m$ , scelta semplicemente per poter simulare il modello nelle varie configurazioni analizzate ed osservare quale fra tutte fosse la migliore.

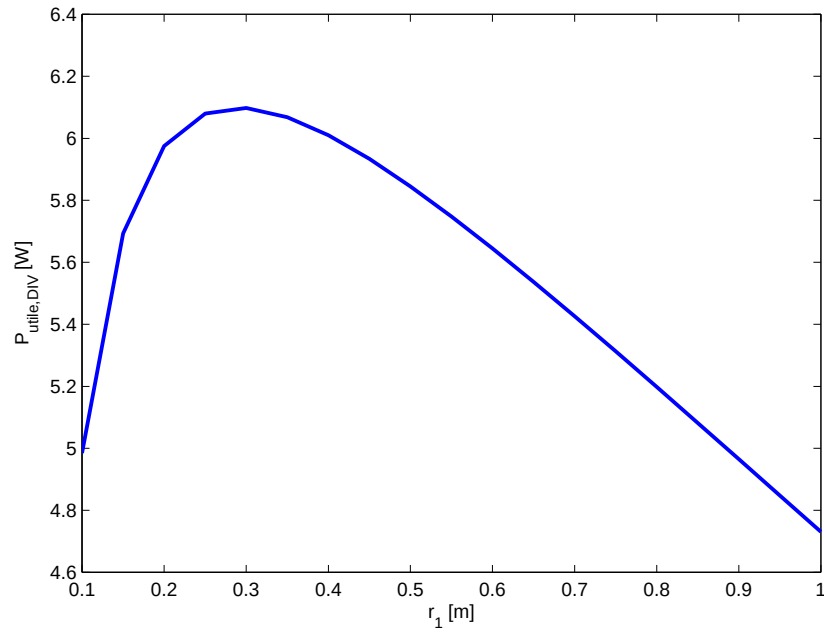


Figura 8.2: Andamento della potenza utile al variare del raggio del camino, con torre divergente.

Come già accennato, non è detto che tale valore di  $r_t$  sia quello che massimizza la potenza producibile. Cerchiamo se esiste un raggio ottimo del camino, semplicemente eseguendo una serie di prove con diversi valori di  $r_t$ . Provando con la torre cilindrica si ottiene il grafico in figura 8.1.

Come si può vedere il raggio ottimo esiste e con le misure di  $H = 5m$  ed  $R = 5m$ , esso vale  $0,6m$ . La potenza utile corrispondente vale  $4,46W$ .

Possiamo giustificare l'esistenza dell'ottimo in questo modo. Più il raggio della torre è grande, meno area di captazione si ha al collettore e quindi cala l'irraggiamento complessivo. Però al diminuire del raggio del camino crescono le perdite per attrito viscoso. Possiamo visualizzare tali andamenti nelle figure 8.3 e 8.4.

Esiste dunque un valore del raggio per il quale si ha un massimo di potenza producibile.

Siccome l'impianto con torre divergente è quello che ha la massima resa, cerchiamo il valore ottimo anche per esso (figura 8.2). Il raggio ottimo misura  $0,3m$ , al quale corrisponde una potenza utile di  $6,1W$ .

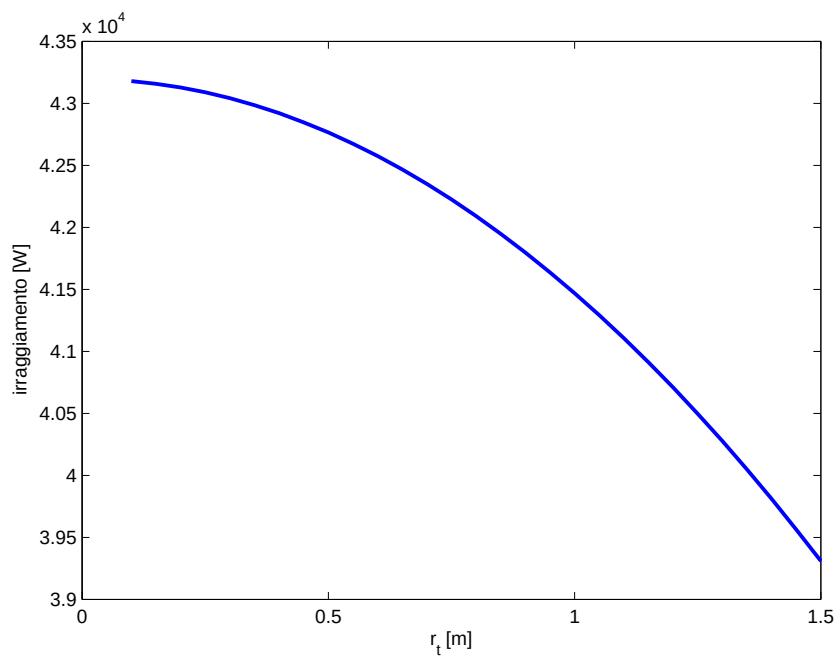


Figura 8.3: Andamento dell'irraggiamento al variare del raggio del camino, con torre cilindrica.

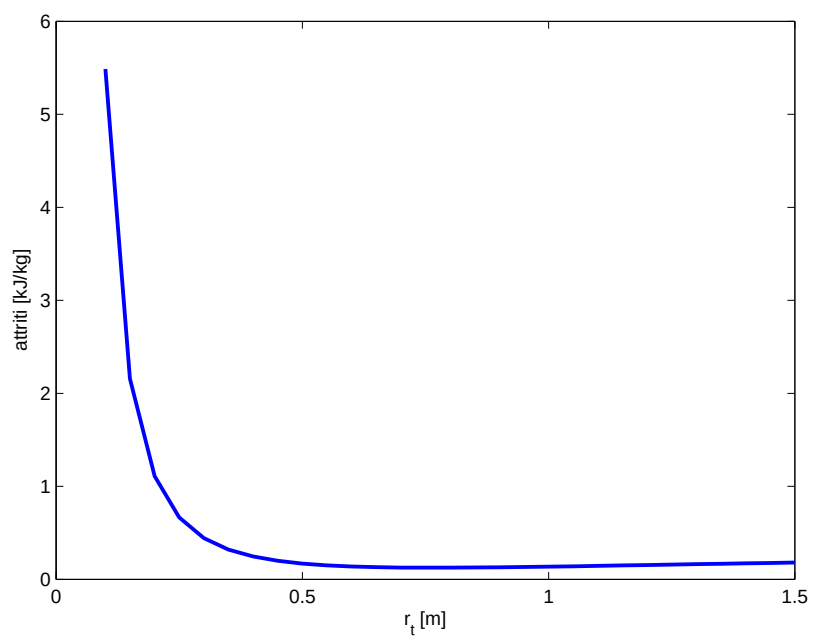


Figura 8.4: Andamento degli attriti al variare del raggio del camino, con torre cilindrica.



## Capitolo 9

# Validazione del modello

Ora che abbiamo il modello parametrico completo, possiamo testarne l'efficacia inserendo i parametri di alcuni prototipi esistenti, sui quali sono state misurate sperimentalmente velocità, temperature e potenze generate.

Iniziamo con l'impianto costruito in Manzanares, Spagna, i cui parametri sono riportati al cap.2.

I valori forniti dal modello sono:

- $T_{uscita} = 329K$
- velocità nel camino =  $10,2m/s$
- $P_{utile} = 100kW$

I valori misurati sul prototipo sono: [1]

- $T_{uscita} = 323K$
- velocità nel camino =  $12m/s$
- $P_{utile} = 21,53kW$  ( in sede di progetto era stata valutata pari a 50 kW )

Dal confronto si deduce che il modello ha un margine d'errore inferiore al 15% per quanto riguarda temperature e velocità. Per quanto riguarda il calcolo della potenza utile esso ha però una sovrastima del 50%. Ciò può essere dovuto a un limite tecnologico di costruzione della turbina, che può aver portato alla diminuzione della potenza meccanica generata. Ricordiamo inoltre che il valore di  $21,53kW$  è stato misurato ai capi dei morsetti del generatore, quindi al netto delle ulteriori perdite nell'alternatore.

E' interessante simulare il comportamento dell'impianto come se fosse costruito con torre divergente. Mantenendo una misura di  $r_1 = 5m$  e ipotizzando di avere  $r_2 = 3r_1 = 15m$ , si ha:

- $T_{uscita} = 315K$
- velocità nel camino =  $21,8m/s$
- $P_{utile} = 108,6kW$

La potenza prodotta sarebbe stata quindi incrementata dell' 8%.

Simuliamo ora il comportamento del prototipo testato al Centro Ricerche Fiat Torino, del quale riportiamo una foto eseguita mediante fotocamera agli infrarossi (figura 9.1 ).

I parametri d'impianto sono:

- $H = 1m$
- $R = 0,45m$
- $r_t = 0,025m$
- $h = 0,05m$

I dati ottenuti sono:

- $T_{uscita} = 434K$
- velocità nel camino =  $1,5m/s$
- $P_{utile} = 0,007W$

Durante il test in laboratorio sono state misurate solamente le temperature, mediante delle termocoppie e con l'ausilio della fotocamera agli infrarossi ( figura 2.1 ). Siccome quest'ultima legge solamente le temperature superficiali degli oggetti, i valori visualizzati sono inferiori a quelli propri dell'aria all'interno del collettore, a causa del salto termico dovuto alla convezione interna e alla conduzione attraverso il plexiglass.

Scriviamo le equazioni relative a questi scambi termici e risaliamo al profilo di temperatura sulla superficie esterna del collettore.

Scambio termico globale:

$$q'' = U_i (T_i - T_0) . \quad (9.1)$$

Scambio termico per convezione tra aria e plexiglass:

$$q'' = \alpha_i^i (T_i - T_i^i) . \quad (9.2)$$

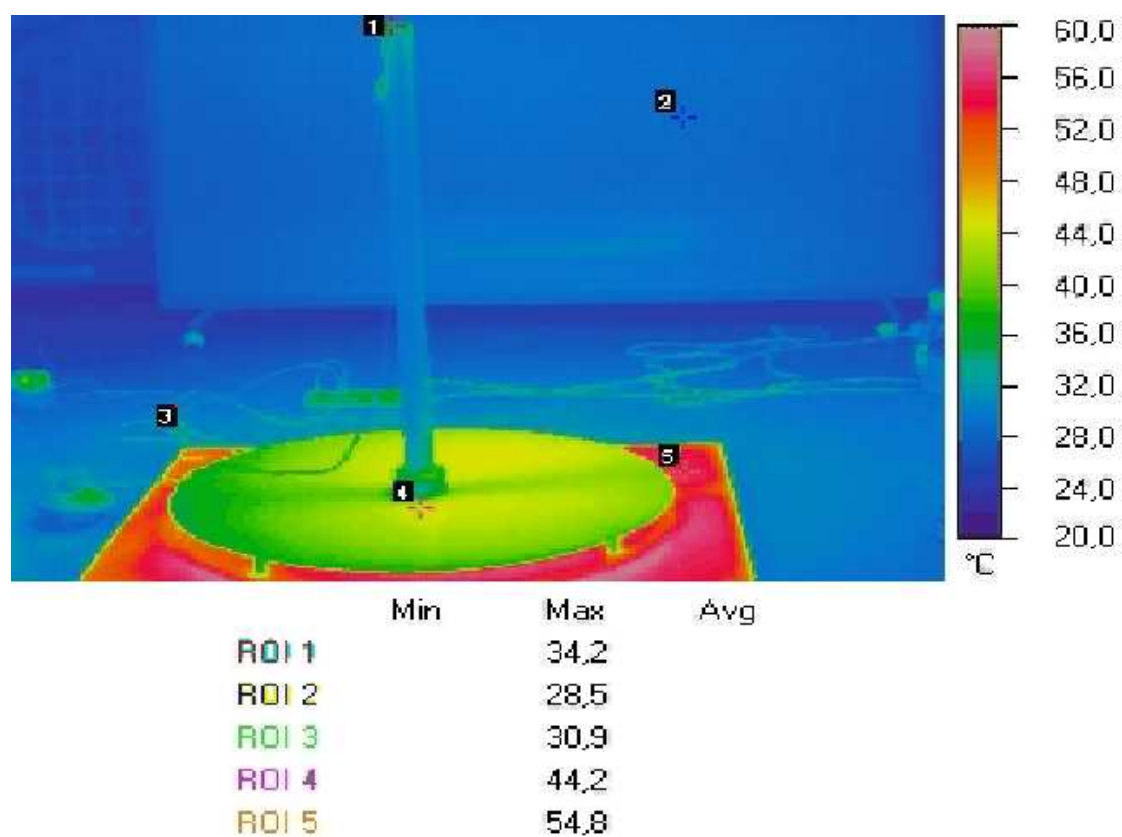


Figura 9.1: Immagine agli infrarossi del prototipo testato al Centro Ricerche Fiat, Torino.

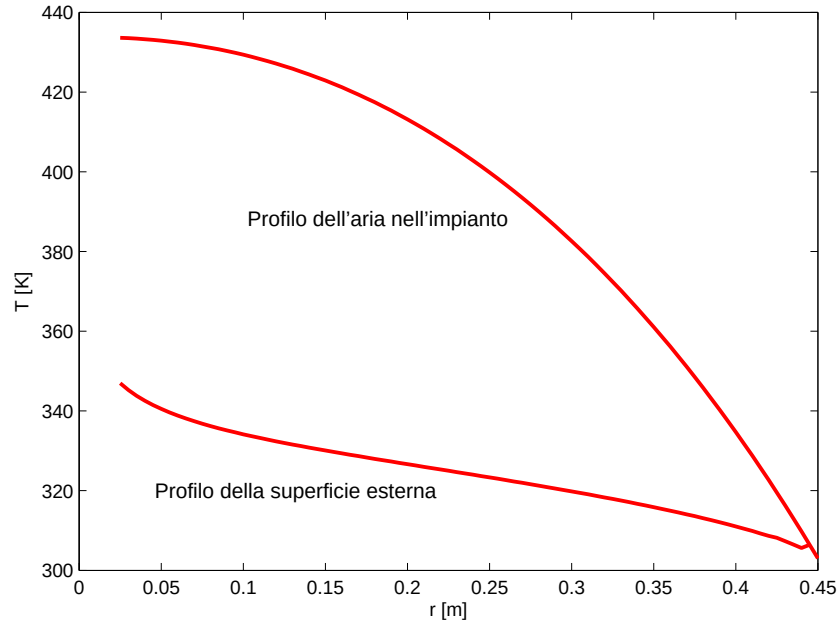


Figura 9.2: Profili di temperatura lungo il collettore nel prototipo testato al Centro Ricerche Fiat, Torino.

Scambio termico per conduzione nel collettore:

$$q'' = \frac{\lambda}{\Delta x} (T_i^i - T_e^i). \quad (9.3)$$

Combinando tra loro queste relazioni otteniamo  $T_e^i$  in funzione di  $T_i^i, U_i, \alpha_i^i$ . In figura 9.2 sono visualizzati gli andamenti delle temperature superficiali  $T_e$  ed interne  $T_i$ .

In particolare alla base della torre la fotocamera ha registrato una temperatura di  $317K$ , mentre il modello parametrico fornisce  $T = 347K$ . Esiste ancora una differenza tra i due valori, probabilmente in parte dovuta alla non perfezione del nostro modello e in parte agli errori di misura effettuati in laboratorio.

Terminiamo con la simulazione di un prototipo di torre solare progettato dalla EnviroMission, società energetica australiana specializzata nella produzione di energia rinnovabile. Il luogo destinato alla collocazione della macchina è il deserto australiano, luogo molto spazioso e soleggiato.

I dati di progetto sono: [7]



- $H = 1000m$
- $R = 3435m$
- $r_t = 65m$

Le stime di progetto sono: [7]

- $P_{utile} = 200MW$
- velocità nel camino =  $15 - 20m/s$
- temperatura di uscita =  $350K$

I dati della simulazione sono:

- $P_{utile} = 250MW$
- velocità nel camino =  $25m/s$
- temperatura di uscita =  $376K$

Anche in questo caso, come nei precedenti, il modello ha sovrastimato i valori di temperatura e potenza, pur non scostandosi da quelli previsti in sede di progetto di oltre il 20%.

Con le simulazioni di questi tre prototipi, le cui misure appartengono a tre diversi ordini di grandezza, abbiamo verificato l'attendibilità del modello parametrico. Esso stima abbastanza bene i profili termofluidodinamici e le potenze producibili, tuttavia ci sono delle discrepanze fra valori teorici e sperimentali che in alcuni casi arrivano al 20%. Ciò è dovuto alle approssimazioni fatte durante la costruzione del modello. Per semplicità di calcolo non abbiamo infatti tenuto conto del rendimento idraulico della turbina, degli effetti d'imbocco dell'aria al collettore, delle perdite termiche per irraggiamento nè di quelle elettriche all'alternatore e nemmeno di un'eventuale presenza di vento che potrebbe intensificare lo scambio termico per convezione esterna.



## Capitolo 10

# Utilizzo didattico della torre solare

Con i parametri d'ingombro forniti dall'istituto Maxwell, la potenza massima estraibile dall'aria si aggira sui  $6W$ . Siccome sarebbe piuttosto difficoltoso costruire una turbina per tale potenza, si potrà pensare di utilizzare la torre solare a scopi didattico-dimostrativi. Ad esempio, misurando con una termocoppia e un anemometro i valori di temperatura e velocità dell'aria in vari punti del collettore, si potranno confrontare tali dati sperimentali coi profili elaborati dal nostro modello parametrico. Si potrà anche provare a costruire due profili di torre, uno cilindrico e uno divergente, e verificare il beneficio apportato dal secondo tipo di geometria. I costi di costruzione dovrebbero essere contenuti, essendo l'impianto composto da materiali piuttosto economici, quali vetro per il collettore, acciaio per il camino, eventuale isolante per rendere la torre adiabatica, e telaio anch'esso in acciaio. Sarà importante rivestire il terreno sottostante la superficie vetrata con del materiale nero isolante, ai fini di catturare il massimo della radiazione solare e di evitare dispersioni termiche nel terreno.



# Capitolo 11

## Conclusioni

Lo scopo di questa tesi era studiare i meccanismi di funzionamento di un impianto a torre solare e cercare la configurazione della macchina che rendesse massima la potenza generata. Abbiamo inizialmente costruito un modello semplificato, che teneva conto solamente degli attriti fluidodinamici e del salto di pressione alle turbine. Si è poi tenuto conto delle dispersioni termiche e a causa della complessità delle correlazioni si sono dovuti integrare numericamente i profili di velocità e temperatura dell'aria.

Si è voluto dimostrare che la scelta di avere il camino captante non comporta un incremento apprezzabile del rendimento d'impianto, mentre l'opzione della torre divergente risulta essere decisamente conveniente, incrementando di oltre il 35% la potenza utile. Si è infine cercato il raggio del camino che rende massimo il rendimento della macchina. Come già notato, il punto più critico del meccanismo di funzionamento si ha nella conversione dell'energia termica dell'aria in energia meccanica dell'aria stessa. Per questo motivo un impianto delle dimensioni quali quelle fornite dall'istituto Maxwell di Torino si può ben prestare a finalità didattico-dimostrative ( vedi capitolo precedente ), mentre se si pensa di voler produrre potenza elettrica in quantità di almeno qualche  $kW$ , le misure d'ingombro della macchina - altezza del camino e raggio di collettore - devono essere di almeno un ordine di grandezza maggiori.

Dal confronto dei dati ottenuti dalle simulazioni con i valori registrati in alcuni prototipi, si è visto che il modello parametrico stima abbastanza bene il comportamento reale, nonostante vi siano delle discrepanze che raggiungono talvolta il 20%. Si può pensare comunque di affinare i risultati facendo delle simulazioni più accurate con l'ausilio di un software termofluidodinamico.

Un altro possibile campo di ricerca sta nello studio di eventuali modifiche dei principi di funzionamento. Si potrebbe provare ad immettere al collettore aria preriscaldata proveniente dagli scarichi di un impianto di condizionamento. Si può infine pensare di sfruttare la potenza termica prodotta dalla torre

solare, che come si è visto risulta essere nettamente maggiore di quella meccanica. Ciò si può realizzare ad esempio progettando un impianto a ciclo chiuso, nel quale l'aria ( o un altro gas ) scaldata si raffredda alla sommità cedendo calore ad uno scambiatore, o semplicemente fornendo fluido caldo gratuito all'evaporatore di una pompa di calore invernale, aumentandone il coefficiente d'effetto utile. L'aria così raffreddata potrebbe scendere in una torre attigua e ritornare all'entrata del collettore.

# Bibliografia

- [1] Massimo Puiatti, Impianti Eliotermici Innovativi: Torri Solari , tesi di laurea triennale, anno accademico 2004/05
- [2] Gianni Comini - Giovanni Cortella, Fondamenti di Trasmissione del Calore, 2005
- [3] Gianni Comini - Giovanni Cortella - Giulio Croce, Energetica Generale, 2005
- [4] Paolo Andreussi - Alfredo Soldati, Fluidodinamica di Processo, 2000
- [5] [www.crf.it](http://www.crf.it)
- [6] [www.enea.it](http://www.enea.it)
- [7] [www.enviromission.com](http://www.enviromission.com)
- [8] M.A. dos S. Bernardes, A. Voß, G. Weinrebe - Thermal and technical analyses of solar chimneys, Institut für Energiewirtschaft und Rationelle Energieanwendungen, Universität Stuttgart, Heßbrühlstraße 49a, D-70565 Stuttgart, Germany. Schlaich Bergermann und Partner, Hohenzollernstr. 1, D-70178 Stuttgart, Germany, 2003
- [9] K.S. Ong, A mathematical model of a solar chimney - Monash University Malaysia, 2 Jalan Kolej, Bandar Sunway, 46150 Petaling Jaya, Malaysia, April 2002