

Corso di Dinamica e Modellistica degli Inquinanti – Anno 2017

Esercitazione n.2: identificazione dell'estensione della zona di non-miscelamento a valle di uno scarico

Obiettivo dell'esercitazione

Implementare un modello bidimensionale e utilizzare la soluzione analitica di riferimento per valutare il campo di concentrazione in una sezione verticale/longitudinale del corpo idrico a valle di una immissione continua estesa in direzione trasversale.

Valutare l'effetto che le caratteristiche del campo di moto (velocità media e coefficiente di diffusione verticale) e la posizione (altezza rispetto al fondo) dello scarico hanno sul campo di concentrazione prodotto. I casi da analizzare sono due:

- condizioni idrauliche omogenee (velocità e coefficiente di diffusione turbolenta uniformi nello spazio);
- condizioni idrauliche non omogenee (velocità e coefficiente di diffusione variabili lungo l'altezza della colonna d'acqua).

La soluzione al problema verrà costruita a partire dalla soluzione analitica dell'equazione di trasporto-dispersione valida per sorgente trasversale continua che rilascia in ambiente non confinato.

Indicare con x , y e z le coordinate spaziali lungo-corrente, verticale e trasversale, con O l'origine di un sistema cartesiano centrato al fondo del corpo idrico, con O' l'origine del sistema di riferimento centrato sul punto di immissione, con K_y il coefficiente di diffusione turbolenta in direzione verticale, con u_x la componente della velocità convettiva lungo corrente e con $\dot{m}/w$ la massa di inquinante immessa nell'unità di tempo per unità di lunghezza trasversale dello scarico, la soluzione di riferimento definita su dominio infinito per il rilascio continuo posto in posizione $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ (o in un sistema solidale con il punto di immissione) è :

$$C_{unbounded}(x, y) = \frac{\dot{m}/w}{\sqrt{4\pi K_y x u_x}} \exp\left(-\frac{u_x y^2}{4K_y x}\right) \quad (1)$$

In corrispondenza delle frontiere del dominio (fondo e superficie libera della corrente) la soluzione deve soddisfare una condizione di flusso di massa nullo attraverso l'interfaccia ($K_y dC/dy|_{y=0} = 0$ e $K_y dC/dy|_{y=h} = 0$). Utilizzando il principio di sovrapposizione degli effetti la soluzione analitica per il problema del rilascio in ambiente confinato può essere ricavata sommando il contributo di sorgente reale e sorgenti "virtuali".

Esecuzione

1. Scrivere l'equazione tridimensionale del trasporto identificando le ipotesi alla base del problema in esame e le relative semplificazioni possibili;
2. Rappresentare il campo di concentrazione relativo alla soluzione $C_{unbounded}$ corrispondente a sorgente localizzata a $y = h_0$ (operare un cambio di coordinate per trasformare le coordinate riferite alla sorgente nel sistema di riferimento fisso solidale al fondo: $y_O = y_{O'} + h_0$); identificare la posizione delle sorgenti virtuali che permettono di modellare l'interazione della sorgente reale con le frontiere del dominio ($V_1 = (0, -h_0, 0)$, $V_2 = (0, 2h - h_0, 0)$, $V_3 = (0, -(2h - h_0), 0)$, $V_4 = (0, 2h + h_0, 0)$, $V_5 = (0, 4h - h_0, 0)$, $V_6 = (0, -(4h - h_0), 0)$, ...)
3. Costruire la soluzione al problema sommando per ogni punto del dominio il contributo delle diverse sorgenti virtuali: valutare il numero minimo di sorgenti virtuali da sovrapporre per ottenere un campo di concentrazione stabile nel dominio di interesse;
4. Scrivere l'equazione del trasporto in forma adimensionale definendo le grandezze di riferimento per x , y e C ($L_{mix} = f(K_y, u_x, h)$, $C_{mix} = f(\dot{m}, Q)$);
5. Scrivere la soluzione analitica in forma adimensionale;
6. Valutare come cambia la soluzione al problema al variare della posizione verticale dello scarico;
7. Definire un indicatore di "disomogeneità" di concentrazione lungo la verticale ($P_m(x) = C_{min}(x)/C_{max}(x)$) per identificare la lunghezza di mescolamento nelle diverse condizioni (altezza dello scarico);
8. Modificare il calcolo della funzione analitica in modo da usare per ogni punto valori di velocità e diffusione turbolenta locali;

9. Definire una legge di variazione parabolica con y per la velocità $u_x(y) = k_1 \cdot y^2$ e per la diffusione turbolenta $K_y(y) = k_2 y(h - y)$ in modo che abbiano lo stesso valore medio dei profili uniformi considerati prima (N.B. valori nulli di velocità o diffusione turbolenta possono indurre divergenza nella soluzione analitica);
10. Valutare come cambiano i profili di concentrazione e l'indicatore di disomogeneità ;

Risoluzione con Octave

1. Definire i dati geometrici (L, w, h, h_0) e idraulici (U_x, K_y) del problema e i valori discreti dello spazio x e y in cui calcolare la soluzione ($x = \text{linspace}(0, L, N_x) \dots$);
2. Implementare in una funzione il calcolo della soluzione analitica $C_{unbounded}$ passando i parametri necessari come lista o in condivisione (global);
3. Rappresentazione degli isocontorni di concentrazione (con $\text{surf}(x, y, C)$ o $\text{contour}(x, y, C)$) come grafici 2 o 3D e del profilo $P_m(x)$ come grafico 1D ($\text{plot}(x, P_m)$).
4. Confrontare la soluzione analitica ottenuta considerando velocità e coefficiente di diffusione turbolenta costanti o variabili in y ;

Sono disponibili sul sito due esempi di Script e funzione in Octave per la risoluzione del problema.