Soluzioni Homework N^o 3: sistemi di separazione particolato

a.

1. In regime laminare, l'efficienza di separazione è data da:

$$\eta = \frac{H_1}{H} = \frac{Lv_{py}}{Hv_x} \tag{1}$$

dove H_1 è la posizione di altezza massima rispetto alla sezione di ingresso per cui le particelle riescono a depositare entro la lunghezza L della camera mentre H è l'altezza della camera. Per ricavare la lunghezza della camera se la larghezza deve essere al massimo $W = 2\ m$, riscriviamo l'equazione dell'efficienza in modo da far comparire W e L. Poiché la portata del gas è data da $Q = WHv_x$, sostituendo in 1 si ha:

$$\eta = \frac{Lv_{py}W}{Hv_xW} = \frac{Lv_{py}W}{Q} \tag{2}$$

che può essere risolta per L imponendo $W = 2\ m$ se $\eta = 1$. Si ricava $L = Q/Wv_{yp}$ con v_{yp} velocità di settling della particella, data da:

$$v_{yp} = \tau_p g = \frac{\rho_p D_p^2}{18\mu} g \tag{3}$$

2. In ipotesi di dimensionamento in regime turbolento, l'efficienza di separazione diventa:

$$\eta = 1 - \exp\left(-\frac{v_{py}L}{Hv_x}\right) \tag{4}$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{v_{py}LW}{Q}\right) \tag{5}$$

$$\tag{6}$$

da cui si ricava per L:

$$L = -\frac{Q\ln(1-\eta)}{Wv_{py}} \tag{7}$$

b.

1. Per verificare se il flusso è turbolento bisogna calcolare il numero di Reynolds del flusso:

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu} \tag{8}$$

dove D_H è il diametro idraulico del condotto, definito come $D_H = 4A/p$ con A sezione di flusso e p perimetro bagnato. Per il canale tra le piastre del precipitatore è $D_H = 4WH/2(W+H) = 2\ m$ e $v = Q/WH = 1\ m/s$. Il numero di Reynolds risulta $Re = 1.5 \cdot 10^5 > 2000$ per cui il flusso è turbolento.

2. L'efficienza di separazione per la camera a gravità in regime turbolento è data da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{A_c u_t}{Q}\right) = 1 - \exp\left(-\frac{u_t L}{u\Delta H}\right) \tag{9}$$

Per separare con efficienza pari al 90% particelle da 10 μm entro una lunghezza L assegnata, la distanza tra le piastre di raccolta ΔH deve soddisfare l'equazione 9, ovvero:

$$\Delta H = -\frac{Lu_t}{u\ln(1-\eta)} = 6.51u_t = 3.94 \cdot 10^{-2} m \tag{10}$$

per cui è necessario installare $N = H/\Delta H = 50.7$ piani di raccolta. Poiché il numero non è intero, scegliamo l'intero $\geq$ più prossimo (e maggiore), $N = 51$.

3. Per il numero di piatti scelto, l'efficienza di raccolta è calcolabile come:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{NLWu_t}{Q}\right) = \tag{11}$$

$$= 1 - \exp\left(-\frac{Lu_t}{u\Delta H}\right) = 0.95 = 95\% \tag{12}$$

4. L'efficienza di separazione complessiva si calcola considerando l'efficienza di separazione calcolata per ogni diametro di particelle presente e pesando i risultati in base alla frazione in massa delle particelle presenti:

$$\eta_{tot} = \sum_i f_i(D_p)\eta(D_p) \tag{13}$$

I valori di efficienza calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono riportati in Tabella **??**, e l'efficienza di raccolta totale risulta $\eta_{tot} = 87.95\%$.

D_p	$1\mu m$	$5\mu m$	$10\mu m$	$15\mu m$	$20\mu m$
%	5	10	50	20	15
f_i	0.05	0.10	0.50	0.20	0.15
v_{sett}	$7.87 \cdot 10^{-5}$	0.0019	0.0078	0.0177	0.0315
$\eta(D_p)$, [%]	2.96	52.89	95.07	99.88	99.99

c.

1. L'equazione della dinamica della particella risulta:

$$m_p \frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}t} = -(\rho_p - \rho)Vg + \tag{14}$$

$$+\frac{1}{2}\rho C_D \frac{\pi D_p^2}{4}(v - v_p) \mid v - v_p \mid \tag{15}$$

e si sa che le particelle all'inizio sono sospese nel fluido ($v_p(0) = v$). Particelle pesanti sospese in un fluido in quiete tendono a separarsi per sedimentazione. In questo caso il fluido non è in quiete ma ha una velocità ascendente e per effetto dell'attrito tende a trascinare con sè le particelle. La separazione avverrà se, in condizioni di stazionario per la particella, la velocità risulterà discendente ($v_p < 0$). A stazionario, l'equazione del moto diventa:

$$0 = -(\rho_p - \rho)Vg + \frac{1}{2}\rho C_D \frac{\pi D_p^2}{4}(v - v_p) \mid v - v_p \mid \quad (16)$$

$$(\rho_p - \rho)Vg = 3\pi\mu D_p(v - v_p) \quad (17)$$

avendo assunto regime di Stokes per il calcolo del coefficiente di drag. Risulta quindi:

$$(v - v_p) = \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu}g \quad (18)$$

$$v_p = v - \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu}g \quad (19)$$

Perché le particelle depositino deve essere

$$v_p < 0 \;\rightarrow\; v - \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu}g < 0 \quad (20)$$

$$\rightarrow\; v < \frac{(\rho_p - \rho)D_p^2}{18\mu}g \quad (21)$$

cioè la velocità ascendente dell'acqua deve essere minore della velocità (discendente) di settling della particella.

2. L'andamento nel tempo della velocità della particella si ricava dalla soluzione dell'equazione del moto:

$$\rho_p \frac{\pi D_p^3}{6}\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}t} = -(\rho_p - \rho)\frac{\pi D_p^3}{6}g + 3\pi\mu D_p(v - v_p) \quad (22)$$

$$\frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}t} = -\frac{(\rho_p - \rho)g}{\rho_p} + \frac{(v - v_p)}{\tau_p} \quad (23)$$

e risulta:

$$(v - v_p(t)) = \tau_p g(1 - \exp(-t/\tau_p)) \quad (24)$$

$$v_p(t) = v - \tau_p g(1 - \exp(-t/\tau_p)) \quad (25)$$

Questa funzione è una esponenziale decrescente che parte dalla velocità del fluido (¿0), decresce fino a zero, e diventa negativa fino a stabilizzarsi sul valore di stazionario. Integrando la velocità nel tempo si può ricavare lo spostamento verticale della particella $z_p(t)$:

$$z_p(t) = \int v_p(t)\mathrm{d}t = vt - \tau_p g(t + \tau_p \exp(-t/\tau_p)) \quad (26)$$

La lunghezza del tubo di aspirazione deve essere superiore alla massima altezza raggiunta dalla particella, che può essere determinata valutando l'equazione 26 in corrispondenza del punto di inversione della velocità ($z_p = max \rightarrow \mathrm{d}z_p/\mathrm{d}t = v_p = 0$). Se la velocità dell'acqua è $v = 0.8\tau_p g$ il tempo per l'inversione del moto risulta $t = -\tau_p \ln 0.2$. Sostituendo questo valore nell'equazione 26 si ottiene la massima altezza raggiunta $z_{max} = 0.52\tau_p^2 g$.

d.

---

1. Utilizzando le equazioni per il dimensionamento pratico dei cicloni, l'efficienza idi separazione per particelle di diametro D_p è data da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left[-2\left[\frac{KQ\tau}{MN_cD_c^3}\right]^{M/2}\right] \quad (27)$$

dove $N_c = 450 \cdot 2 = 900$ è il numero di cicloni, $M = 1/(m+1)$ dipende dalla forma del campo di moto:

$$m = 1 - (1 - 0.67D_c^{0.14})\left(\frac{T}{283}\right)^{0.3} = 0.54 \quad (28)$$

per cicloni tipo Stairmand K vale 551.3 e τ è il tempo caratteristico della particella $\tau = \rho_p D_p^2/18\mu$. Per particelle da $10\mu m$, $\tau = 3.58 \cdot 10^{-4}s$ e l'efficienza di raccolta risulta 95.13%. Le perdite di carico sono date da:

$$\Delta P = \frac{N_H \rho Q^2}{2K_a^2K_b^2N_c^2D_c^4} \quad (29)$$

con $N_H = 6.4$, $K_a = 0.5$ e $K_b = 0.2$ per ciclone Stairmand. Risulta $\Delta P = 2.13 \cdot 10^3 Pa$.

2. Per realizzare la stessa efficienza di raccolta, il singolo ciclone Stairmand deve avere un diametro che si determina dall'equazione:

$$0.95 = \eta(D_p) = 1 - \exp\left[-2\left[\frac{KQ\tau}{MD_c^3}\right]^{M/2}\right] \quad (30)$$

dove l'unica incognita è D_c. Si trova $D_c = 2.43\ m$ e per le perdite di carico $1.93 \cdot 10^5 Pa$.

3.
- alternativa 1: batterie di cicloni
  Il costo annuo totale associato alla batteria di multicicloni è dato da:

$$TAC = k_1 N_c ab + k_2 \frac{P}{\eta}t + k_3 N_c \quad (31)$$

  con $k_1 = 7000\$/10$, $k_3 = 72/10$ e $k_2 = 0.08\$/kWh$, $t = 8000\ h$ e $\eta = 0.65$. La potenza teorica del compressore risulta:

$$P = \Delta P \cdot Q = 3.5145 \cdot 10^5 W = 351.45\ kW \quad (32)$$

- alternativa 2: ciclone singolo
  Il costo annuo totale associato al singolo ciclone è dato da:

$$TAC = k_4(ab)^{0.903} \tag{33}$$

con $k_4 = 57800\$/10$, e la potenza teorica del compressore risulta:

$$P = \Delta P \cdot Q = 3.184 \cdot 10^7 W = 31840\ kW \tag{34}$$

Per entrambe le alternative, $a = k_a D_c$ e $b = k_b D_c$ con $k_a = 0.5$ e $k_b = 0.2$. I costi risultano: per

Costo	Alt 1	Alt 2
EC	10,417.5	3591.9
CE	346,041.2	31,349,982.4
C_{tot}	356,458.7	31,353,574.4

cui la batteria di cicloni, pur avendo costi di investimento maggiori, permette di abbattere notevolmente i costi di esercizio.

4. Per calcolare il numero ottimo di cicloni, è necessario impostare il problema di ottimizzazione dei costi annui. Il costo annuo dipende dal diametro e dal numero dei cicloni secondo l'equazione:

$$TAC = k_1 k_a k_b N_c D_c^2 + k_3 N_c + k_2 N_{ore} P = \tag{35}$$
$$= k_1 k_a k_b N_c D_c^2 + k_3 N_c + \tag{36}$$
$$+ k_2 N_{ore} Q \frac{N_H}{2} \rho \frac{Q^2}{k_a^2 k_b^2 N_c^2 D_c^4} = \tag{37}$$
$$= A N_c D_c^2 + B N_c + \frac{C}{N_c^2 D_c^4} \tag{38}$$

Il numero di cicloni N_ce il diametro del ciclone D_c non sono tra loro indipendenti perché per raggiungere l'efficienza di raccolta desiderata deve essere:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp(-\phi D_p^M) = \overline{\eta} \tag{39}$$
$$= 1 - \exp\left(-2 D_p^M \left[\frac{K Q \rho_p (m+1)}{18 \mu N_c D_c^3}\right]^{M/2}\right) \tag{40}$$
$$\overline{\eta} = 1 - \exp\left(-\left(\frac{E}{N_c D_c^3}\right)^{M/2}\right) \tag{41}$$

che per $\overline{\eta}$ assegnata si traduce in una relazione tra le due variabili N_c e D_c:

$$N_c D_c^3 = \frac{E}{-\ln(1-\overline{\eta})^{M/2}} = F \tag{42}$$

Quindi i costi totali annui possono essere riscritti come:

$$TAC = A\frac{F}{D_c} + B\frac{F}{D_c^3} + C\frac{D_c^2}{F^2} = f(D_c) \tag{43}$$

in cui compare il diametro del ciclone come unica variabile per l'ottimizzazione del costo. Derivando rispetto a D_c, si ottiene:

$$\frac{\partial TAC}{\partial D_c} = 0 = -A\frac{F}{D_c^2} - 3B\frac{F}{D_c^4} + 2C\frac{D_c}{F^2} \tag{44}$$
$$2\frac{C}{F^2} D_c^5 - AFD_c^2 - 3BF = 0 \tag{45}$$

che risolta rispetto a D_c consente di ricavare il diametro ottimo. Questo diametro, sostituito nella 42, consente di ricavare il numero ottimo di cicloni.

e.

---

1. L'efficienza di separazione per un precipitatore piastra-piastra è dato da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{A_c u_e}{Q}\right) = \tag{46}$$
$$= 1 - \exp\left(-\frac{u_e L H}{u W H}\right) \tag{47}$$

dove W è la distanza tra le piastre, H è l'altezza e L è la lunghezza del precipitatore. L'equazione 46 può essere riscritta per evidenziare il volume V dell'ESP nell'esponenziale:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{u_e L H W}{u W^2 H}\right) = \tag{48}$$
$$= 1 - \exp\left(-\frac{u_e V}{Q W}\right) \tag{49}$$

da cui si ricava:

$$W = -\frac{u_e V}{Q \ln(1-\eta)} \tag{50}$$

e tenendo conto che

$$u_e = \frac{q_p E}{3\pi\mu D_p} = \frac{q_p \Delta V}{3\pi\mu D_p W} \tag{51}$$

si ottiene:

$$W = \sqrt{-\frac{q_p \Delta V V}{3\pi\mu D_p Q \ln(1-\eta)}} = 1.28\ m \tag{52}$$

2. L'efficienza di abbattimento globale si calcola valutando l'efficienza per ogni diametro di particella presente e pesando i risultati in base alla composizione in massa delle polveri:

$$\eta_{tot} = \sum_i f_i(D_p)\eta(D_p) \tag{53}$$

I valori di efficienza calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono riportati in Tabella **??**, e l'efficienza di raccolta totale risulta $\eta_{tot} = 97.49\%$.

D_p, $[\mu m]$	f %	q_p	v_{ele}, $[m/s]$	η	$\eta \cdot f$
0.5	0.2	$1.60 \cdot 10^{-15}$	0.736	0.899	0.179
1.0	0.5	$6.40 \cdot 10^{-15}$	1.473	0.989	0.494
2.0	0.2	$2.56 \cdot 10^{-14}$	2.946	0.999	0.199
5.0	0.1	$1.60 \cdot 10^{-13}$	7.366	0.999	0.1

f.

1. Essendo assegnata la massima potenza disponibile in impianto per movimentare il flusso è vincolata la massima perdita di carico che la corrente di gas può subire, che è essenzialmente dovuta all'attraversamento del ciclone. Le perdite di carico per l'attraversamento del ciclone sono date da:

$$\Delta p = N_H \frac{1}{2} \rho v_E^2 \tag{54}$$

con $N_H = 9.24$ per la configurazione di ciclone Swift. La massima perdita di carico si ricava come $\Delta p = P/Q = 1500\ Pa$. La densità del gas nelle condizioni di temperatura e pressione specificati è :

$$\rho = \frac{Mp}{RT} = 1.17\ kg/m^3 \tag{55}$$

e sostituendo i valori si ottiene $v_E = 16.66\ m/s$. La velocità di ingresso è funzione della dimensione del ciclone

$$v_E = \frac{Q}{k_a k_b D_c^2} \tag{56}$$

con $k_a = 0.44$, $k_b = 0.21$ per ciclone Swift, per cui si può ricavare la dimensione del ciclone $D_c = 2.55\ m$. Qualsiasi diametro maggiore permetterà di rispettare il vincolo sulla massima perdita di carico ammissibile.

2. L'efficienza di separazione complessiva del ciclone è data da

$$\eta_{cicl,tot} = \sum_i f_i(D_p) \eta_{cicl}(D_p) \tag{57}$$

dove $\eta_{cicl}(D_p)$ sono i valori di efficienza di separazione calcolati per le classi di particelle presenti nel campione di polveri da trattare. Si può calcolare m come

$$m = 1 - (1 - 0.67 D_c^{0.14}) \left(\frac{T}{283} \right)^{0.3} = 0.76 \tag{58}$$

da cui $M = 1/(m+1) = 0.568$. L'efficienza del ciclone è data da:

$$\eta_{cicl}(D_p) = 1 - \exp(-\psi D_p^M) \tag{59}$$

con

$$\psi = 2 \left[\frac{K Q \rho_p (m+1)}{18 \mu D_c^3} \right]^{M/2} = 1137.55 \tag{60}$$

con $K = 699.2$. I valori di efficienza di separazione calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono riportati nella Tabella che segue e l'efficienza di separazione totale dovuta al ciclone risulta $\eta_{cicl,tot} = 58.34\%$

D_p, $[\mu m]$	$f(D_p)$	η_{cicl}	$f\eta_{cicl}$
0.5	0.07	0.2564	0.0178
1	0.35	0.3556	0.1235
5	0.28	0.6664	0.1851
10	0.21	0.8038	0.1675
20	0.08	0.9107	0.0759
50	0.01	0.9829	0.0137
$\sum$	1.	$\eta_{cicl,tot}$	0.3536

3. Le particelle da 1 μm sono separate con efficienza pari al 35.56% nel primo stadio del separatore (ciclone). L'efficienza di abbattimento complessivo dovuta ai due stadi è data da:

$$1 - \eta_{cicl+ESP} = (1 - \eta_{cicl})(1 - \eta_{ESP}) = 1 - 0.999 = 0.001 \tag{61}$$

Da qui si ricava che $\eta_{ESP}(1\ \mu m) = 99.84\%$. L'efficienza di raccolta del precipitatore elettrostatico dipende dalle dimensioni del precipitatore come:

$$\frac{A_c}{\delta} = -\ln(1 - \eta_{esp}(D_p)) \frac{3\pi\mu D_p Q}{\sigma \pi D_p^2 \Delta V} = 79.83\ m^2/m \tag{62}$$

dove δ è la distanza tra le piastre del precipitatore che determina l'intensità del campo elettrico e della forza di separazione. Questa condizione si può ottenere scegliendo una distanza tra le piastre pari a $\delta = 0.15\ m$ e sviluppando un'area di raccolta pari a $A_c \simeq 12\ m^2$, per esempio ottenuta utilizzando $N_p = 7$ piastre, 3 piastre cariche e 4 piastre collegate a terra (che corrispondono a $N_p - 1 = 6$ superfici di raccolta, ognuna di area $A_c/6 = 2\ m^2$) di altezza $H = 1.\ m$ e lunghezza $L = 2.\ m$. La larghezza globale del precipitatore elettrostatico è $W = (N_p - 1)\delta = 6 \cdot 0.15 = 0.9\ m$.

4. Analogamente al separatore ciclonico, l'efficienza di separazione globale dell'ESP è data da

$$\eta_{tot,ESP} = \sum_{D_p} f_{ESP}(D_p) \eta_{ESP}(D_p) \tag{63}$$

La frazione relativa di particelle in ingresso al separatore elettrostatico si ottiene considerando le particelle non separate dal ciclone:

$$f_{ESP}(D_p) = \frac{(1 - \eta_{cicl}(D_p)) \cdot f(D_p)}{\sum_{D_p} (1 - \eta_{cicl}(D_p)) \cdot f(D_p)} \tag{64}$$

normalizzando la distribuzione rispetto alla massa non separata.

D_p, $[\mu m]$	$f(D_p)(1-\eta_{cicl})$	$f_{ESP}(D_p)$
0.5	0.0516	0.1240
1.	0.2237	0.5371
5.	0.0926	0.2224
10.	0.0409	0.0981
20.	0.0074	0.0179
50.	0.0002	0.0006
$\sum$	0.4166	1.0000

La composizione relativa delle polveri e i valori di efficienza calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono riportati nella tabella che segue in cui viene calcolata l'efficienza di separazione globale del precipitatore elettrostatico. L'efficienza di raccolta totale dovuta all'ESP risulta $\eta_{tot} = 93.75\%$.

D_p, $[\mu m]$	f_{ESP}	q_p, $[C]$	v_e, $[m/s]$	η_{ESP}	$\eta_{ESP} \cdot f$
0.5	0.1240	$7.46 \cdot 10^{-17}$	1.17	0.7552	0.0936
1.	0.5371	$2.98 \cdot 10^{-16}$	2.34	0.9401	0.5049
5.	0.2224	$7.46 \cdot 10^{-15}$	11.72	1.	0.2224
10.	0.0981	$2.98 \cdot 10^{-14}$	23.45	1.	0.0981
20.	0.0179	$1.19 \cdot 10^{-13}$	46.91	1.	0.0179
50.	0.0006	$7.46 \cdot 10^{-13}$	117.28	1.	0.0006
	1.0000			η_{ESP}	0.9375

g.

1. La portata d'aria che attraversa il ciclone è data da:

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = 46.29\ m^3/s \tag{65}$$

Dalle formule del dimensionamento pratico dei cicloni possiamo calcolare il diametro del ciclone Stairmand che permetted doi realizzare la separazione desiderata. Abbiamo $M = 1/(m+1) = 0.57$ e

$$\eta(D_p = 100\ \mu m) = 0.99 = 1 - \exp(-\psi D_p^M) \tag{66}$$

da cui

$$\psi = -\frac{\ln(1-\eta)}{D_p^M} = 877.50 \tag{67}$$

Ma ψ è definito come:

$$\psi = 2\left[\frac{KQ\rho_p(m+1)}{18\mu D_c^3}\right]^{M/2} \tag{68}$$

per cui esplicitando D_c si ottiene:

$$\frac{1}{D_c^3} = \left[\frac{\psi}{2}\right]^{2/M} \frac{18\mu}{KQ\rho_p(m+1)} \tag{69}$$

con $K = 551.3$ per configurazione Stairmand. Dai calcoli risulta $D_c = 2.8\ m$.

2. La potenza del compressore è data da $P = \Delta p \cdot Q$ con

$$\Delta p = \frac{1}{2} N_H \rho v_E^2 \tag{70}$$

Per un ciclone Stairmand $k_a = 0.5$, $k_b = 0.2$, $N_H = 6.4$ per cui si ha $v_E = Q/(k_a k_b D_c^2) = 58.39\ m/s$ e $\Delta p = 9819.59\ Pa$, da cui $P = 454.61\ kW$.

3. L'efficienza di separazione globale si calcola come

$$\eta_{tot} = \sum_i f_i(D_p)\eta(D_p) \tag{71}$$

dove i valori di efficienza calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono calcolati utilizzando l'equazione 66 e sono riportati nella tabella che segue. L'efficienza di raccolta totale del ciclone è $\eta_{tot} = 84.64\%$.

D_p, $[\mu m]$	η_{ESP}	f %	$\eta \cdot f$
1	0.2821	0.05	0.0141
5	0.5645	0.1	0.0564
10	0.7092	0.2	0.1418
50	0.9549	0.3	0.2864
100	0.99	0.2	0.198
150	0.9969	0.15	0.1495

h.

1. Per la configurazione Lapple si ha $k_a = 0.5$, $k_b = 0.25$, $K = 402.9$ e $N_H = 8$. Dalle formule per il dimensionamento pratico dei cicloni si ha:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp(-\psi D_p^M) \to \psi = \frac{-\ln(1-\eta)}{D_p^M} \tag{72}$$

e assumendo per $m = 0.38$ il valore di primo tentativo suggerito risulta $M = 1/(m+1) = 0.725$. Per ottenere l'efficienza desiderata $\eta = 0.5$ per $D_{p,1} = 10\ \mu m$ e $D_{p,2} = 2.5\ \mu m$ deve essere $\psi_1 = 2910.81$ e $\psi_2 = 7948.57$. Il valore di ψ è direttamente legato alla dimensione del ciclone attraverso la:

$$\psi = 2\left[\frac{KQ\rho_p(m+1)}{18\mu D_c^3}\right]^{M/2} \tag{73}$$

per cui esplicitando D_c si ottiene:

$$\frac{1}{D_c^3} = \left[\frac{\psi}{2}\right]^{2/M} \frac{18\mu}{KQ\rho_p(m+1)} \tag{74}$$

da cui

$$D_c = \left(\frac{2^{2/M} KQ\rho_p(m+1)}{18\mu\psi^{2/M}}\right)^{1/3} \tag{75}$$

e sostituendo i valori numerici $D_{c,1} = 11.78\ cm$ e $D_{c,2} = 4.67\ cm$. Il ciclone deve avere diametro tanto più piccolo quanto minore è la taglia delle particelle da separare. Controllando il valore di m corrispondente a questi valori di diametro si avrebbe:

$$m = 1 - \left(1 - 0.67 \cdot D_c^{0.14}\right)\left(\frac{T}{285}\right)^{0.3} \tag{76}$$

$m_1 = 0.47$ per il primo ciclone, a cui corrispondono $M = 0.68$, $\psi = 1746.57$ e $D_c = 12.82\ cm$, e $m_2 = 0.41$ per il secondo ciclone, a cui corrispondono $M = 0.71$, $\psi = 6515.05$ e $D_c = 4.80\ cm$.

2. Per riuscire a distinguere le frazioni $PM10$ e $PM2.5$ del campione bisogna prima separare la frazione grossa e poi trattare con il secondo ciclone la frazione più sottile. Se il ciclone $D_{c,2}$ fosse messo prima, nel materiale separato da questo ciclone avrei il 50% della particelle di diametro 2.5 μm insieme con una frazione (maggiore del 50%) di tutte le particelle di diametro superiore.

3. La perdita di carico complessiva nel sistema di separazione è pari alla somma delle perdite di carico dovute all'attraversamento del primo e del secondo ciclone:

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_1 + \Delta p_2 \tag{77}$$

dove

$$\Delta p_i = \frac{1}{2}\rho K_H v_{E,i}^2 = \frac{1}{2}\rho K_H \frac{Q^2}{k_a^2 k_b^2 D_{c,i}^4} \tag{78}$$

con $D_{c,i}$ diemetro del ciclone, $i = 1, 2$. La densità del gas è data dalla legge dei gas ideali:

$$\rho = \frac{pMM}{RT} = 1.04\ kg/m^3 \tag{79}$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene $\Delta p_{tot} = 0.405 + 20.47 = 20.875\ Pa$.

i.

---

1. La separazione delle gocce d'olio e delle sabbie avviene per gravità ed è tanto più facile quanto maggiore è la differenza di densità tra fase dispersa e fluido in cui è sospeso. La differenza di densità è $\Delta\rho = 1000\ kg/m^3$ per le sabbie e solo $200\ kg/m^3$ per l'olio. A parità di diametro della fase sospesa, separare l'olio è più difficile che separare le sabbie. Per raggiungere l'obiettivo di separazione prescritto, dobbiamo identificare le condizioni di processo che lo permettono. L'efficienza di separazione è data da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{A_c v_t}{Q}\right) \tag{80}$$

con $A_c = LW$ area di raccolta e $v_t = \tau_p g \Delta\rho/\rho_p$ velocità di sedimentazione. Essendo le caratteristiche della vasca note, possiamo ricavare la portata che, attraversando una singola vasca, permette di separare l'olio con l'efficienza richiesta:

$$Q = \frac{A_c u_t}{-\ln(1-\eta)} \tag{81}$$

Poiché è $v_t = 1.09\ mm/s$ e $A_c = 3\ m^2$, si ricava $Q = Q_{max} = 1.42 \cdot 10^{-3} m^3/s = 1.42\ l/s$. Qualsiasi portata inferiore sarà adeguatamente trattata nella vasca. La portata da trattare è superiore, per cui si può valutare su quante vasche in parallelo vada ripartita:

$$N_{vasche} = \frac{Q}{Q_{max}} = 2.11 \to 3 \tag{82}$$

Servono almeno 3 vasche.

2. Per calcolare l'efficienza di separazione per le sabbie e le gocce d'olio si utilizza la formula:

$$\eta_{tot} = \sum_i f_i(D_p)\eta(D_p) \tag{83}$$

dove i valori di efficienza calcolati per i singoli diametri della distribuzione sono calcolati utilizzando l'equazione 80 utilizzando $Q' = Q/N_{vasche}$ e il valore di velocità di sedimentazione appropriato per le sabbie o le gocce d'olio. I risultati sono riportati nelle tabelle che seguono. L'efficienza di raccolta totale del sedimentatore è $\eta_{tot} = 99.45\%$ per le sabbie e $\eta_{tot} = 84.78\%$ per l'olio.

Sabbie					
D_p, [μm]	m_p	f, [%]	v_t	η	$f \cdot \eta$
0.00005	325	0.325	0.0013	0.98	0.319
0.0001	450	0.45	0.0054	0.99	0.449
0.00015	225	0.225	0.0122	1	0.225
Olio					
D_p, [μm]	m_p	f, [%]	v_t	η	$f \cdot \eta$
0.00005	0.5	0.294	0.0002	0.5584	0.1642
0.0001	1	0.588	0.001	0.9619	0.5658
0.0002	0.2	0.117	0.004	0.9999	0.1176

j.

---

1. Nella prima configurazione, l'efficienza totale deve essere prodotta dalla serie delle due apparecchiature:

$$(1 - \eta_{tot}) = (1 - \eta_{grav})(1 - \eta_{cicl}) \tag{84}$$

Poiché sono note le caratteristiche geometriche della camera a gravità , si può calcolare η_{grav} e poi ricavare η_{cicl}. Per la camera a gravità :

$$\eta_{grav} = 1 - \exp\left(-\frac{A_c u_t}{Q}\right) \tag{85}$$

con $A_c = LW = 10\ m^2$ area di raccolta e $u_t = \Delta\rho g D_p^2/18\mu$ velocità di sedimentazione. La densità del gas si calcola utilizzando la legge dei gas ideali

$$\rho = \frac{pM}{RT} = 0.934\ kg/m^3 \tag{86}$$

e si ricava $\eta_{grav} = 0.5309 = 53.09\%$. Dalla 84 si ottiene $\eta_{cicl} = 0.9573 = 95.73\%$.

2. Le dimensioni del ciclone singolo corrispondente alla prima alternativa di progetto si ricavano dalle formule per il dimensionamento pratico. Per un ciclone Swift si ha $k_a = 0.44$, $k_b = 0.21$, $N_h = 9.24$ e $K = 699.2$. Utilizzando $m = 0.7$ si ricava $M = 1/(m+1) = 0.588$ e dall'equazione dell'efficienza:

$$\eta_{cicl}(D_p) = 1 - \exp(-\psi D_p^M) \rightarrow \psi = \frac{-\ln(1-\eta)}{D_p^M} \tag{87}$$

da cui $\psi = 711.13$. Utilizzando la

$$\psi = 2\left[\frac{KQ\rho_p(m+1)}{18\mu D_c^3}\right]^{M/2} = 711.13 \tag{88}$$

ed esplicitando D_c si ottiene:

$$\frac{1}{D_c^3} = \left[\frac{\psi}{2}\right]^{2/M} \frac{18\mu}{KQ\rho_p(m+1)} \tag{89}$$

Dai calcoli risulta $D_c = 1.98\ m$. Le perdite di carico sono date da

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho K_H v_E^2 = \frac{1}{2}\rho K_H \frac{Q^2}{k_a^2 k_b^2 D_{c,i}^4} \tag{90}$$

che per i dati del problema da $\Delta p = 131.088\ Pa$.

3. La dimensione dei cicloni della batteria si ottiene utilizzando le stesse equazioni del dimensionamento pratico ma questa volta l'efficienza del sistema di cicloni deve essere pari a quella totale richiesta. Considerando $\eta_{cicl} = 0.98$, e assunto $m = 0.59$ si calcolano $M = 0.6289$ e $\psi = 1282.698$. Il diametro dei cicloni della batteria risulta $D_c = 0.587\ m$ e le perdite di carico $\Delta p = 42.349\ Pa$.

4. La scelta progettuale più opportuna dipende da eventuali vincoli di spazio disponibile oltre che dai costi per la gestioone delle apparecchiature. Le perdite di carico risultano 3 volte maggiori per l'alternativa 1. L'ingombro delle apparecchiature (area in pianta di camera a gravità più singolo ciclone e area in pianta della batteria di cicloni) risultano confrontabili. In queste condizioni, la batteria di cicloni potrebbe essere più conveniente.

k.

1. L'efficienza di abbattimento per in precipitatore elettrostatico a 5 piastre (4 canali) è data da:

$$\eta(D_p) = 1 - \exp\left(-\frac{A_c v_t}{Q}\right) \tag{91}$$

dove $A_c = 4HL$ e v_t è la velocità elettrica data da:

$$v_t = \frac{qE}{3\pi\mu D_p} = \frac{q\Delta V}{3\pi\mu D_p W'} \tag{92}$$

con $W' = W/N_c$ distanza tra le piastre. Per particelle da 20 μm risulta $v_t = 0.1768\ m/s$. La portata volumetrica di gas attraverso il precipitatore è data da:

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = Q_{cn}\frac{\rho_{cn}}{\rho} = Q_{cn}\frac{T}{T_{cn}} = 4.78\ m^3/s \tag{93}$$

L'efficienza dell'ESP risulta $\eta = 30.91\%$.

2. L'efficienza globale richiesta al sistema di abbattimento polveri è calcolabile come

$$\eta_{tot} = \frac{\dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}}{\dot{m}_{in}} = 1 - \frac{C_2}{C_1} = 95\% \tag{94}$$

e corrisponde all'efficienza in serie dell'ESP e del filtro:

$$(1-\eta_{tot}) = (1-\eta_{esp})(1-\eta_{filter}) \tag{95}$$

per cui si ricava

$$(1-\eta_{filter}) = \frac{(1-\eta_{tot})}{(1-\eta_{esp})} \rightarrow \eta_{filter} 1 - \frac{(1-\eta_{tot})}{(1-\eta_{esp})} = 92.76\% \tag{96}$$

l.

1. La temperatura dei gas all'ingresso del filtro ($T = 300^oC = 523.15\ K$) determina il tipo di materiale in grado di resistere alla sollecitazione termica senza degradarsi. Dalla Tabella 10.3 del Benitez (p. 430), il materiale adatto potrebbe essere la fibra di vetro (fiberglass, $T_{lim} = 530\ K$). Dalla Tabella 10.1 del Benitez (p.427) si può identificare un valore adeguato per la filtrazione di particelle di ceneri quando il sistema di pulizia del filtro è a getto d'aria (fly ash, reverse air) da cui si ricava $V = 1.02\ cm/s$. Per realizzare questa velocità di filtrazione bisogna predisporre un'area filtrante pari a $A = Q/V$, dove Q è la portata volumetrica del gas nelle condizioni di pressione e temperatura di attraversamento del filtro. La portata volumetrica di gas attraverso il filtro è data da:

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = Q_{cn}\frac{\rho_{cn}}{\rho} = Q_{cn}\frac{T}{T_{cn}} = 10.49\ m^3/s \tag{97}$$

per cui risulta $A = 1028.4\ m^2$. Dalla Tabella 10.2 del Benitez risulta che, per sistema di pulizia con shaker o a flusso invertito, bisogna aumentare l'area filtrante di un fattore che dipende dall'estensione della superficie perchè la porzione di filtro che di volta in volta viene pulito non contribuisce alla separazione di particolato. Per i dati del problema ($A = 1028\ m^2$) il fattore moltiplicativo è 1.5 per cui l'area totale della superficie filtrante sarà $A' = 1.5A = 1542.6\ m^2$.

2. Le perdite di carico nel filtro variano nel tempo secondo la legge:

$$\Delta p(t) = S_e V + K_2 C_i V^2 t \tag{98}$$

dove V è la velocità di filtrazioe, S_e la perdita di carico per velocità di attraversamento unitaria attraverso il filtro pulito, C_i è la concentrazione di polveri in ingresso al filtro (kg/m^3). Dai dati del problema si calcola:

$$C_i = \frac{Q_{cn} * C}{Q} = 238.32\ mg/m^3 = 0.238\dot{1}0^{-3} kg/m^3 \tag{99}$$

e imponendo $\Delta p(t_{clean} = p_{max}$ si calcola il tempo massimo entro cui bisogna realizzare la pulitura del filtro:

$$t_{clean} = \frac{p_{max} - S_e V}{K_2 C_i V^2} \tag{100}$$

si ottiene $t_{clean} = 1.019 \cdot 10^6 s \simeq 11.7\ giorni$.

3. Il 40% in massa delle polveri è di diametro inferiore a 25 μm. Questa frazione di polveri insieme al 5% non separato delle polveri di diametro superiore a $25\mu m$ non separate dal pre-separatore costituiscono il nuovo carico di polveri che incide sul filtro. La massa totale di polveri è :

$$\dot{m} = C \cdot Q_{cn} = 2500\ mg/s \tag{101}$$

di cui $0.4\dot{m} = 1000\ mg/s$ sono frazione sottile e $0.6\dot{m} \cdot 0.05 = 75\ mg/s$ sono la frazione non separata della frazione di taglia $\geq 25\ \mu m$. La massa di polveri complessiva dopo il pre-separatore ciclonico è $\dot{m}_{tot} = 1075\ mg/s$. La concentrazione di polveri che arrivano al filtro in queste condizioni è $C_i = \dot{m}_{tot}/Q = 102.48\ mg/m^3 = 0.102 \cdot 10^{-3} kg/m^3$ (cinque volte minore rispetto al caso senza pre-separatore) e sostituendo nella 100 si ricava $t_{clean} \simeq 58 giorni$.

m.

Per calcolare le perdite di carico per realizzare il trasporto pneumatico richiesto, si utilizzano le formule disponibili dalla presentazione. Dai dati di partenza calcoliamo:

1. Mass loading e velocità di saltazione:

$$Z = W_s/W_g = 19.3 = 1/10^\delta \cdot Fr^x \tag{102}$$
$$\delta = 1.44 D_p + 1.96 = 1.96 \tag{103}$$
$$x = 1.1 * (10^3 \cdot D_p) + 2.5 = 2.82 \tag{104}$$

da cui si ricava

$$Fr = (10 \cdot 10^\delta)^{1/x} = 14.2 \tag{105}$$
$$U_{G,salt} = Fr \cdot (gD)^{0.5} = 6.74\ m/s \tag{106}$$

Per funzionare in modo adeguato, evitando la deposizione al fondo delle particelle, la velocità del gas deve essere $U_G \geq 2U_{G,salt}$.

2. Calcolo delle velocità superficiali delle due fasi:

$$U_{G,sup} = \frac{W_g}{\rho A} = 59.8\ m/s \tag{107}$$
$$U_{S,sup} = \frac{W_s}{\rho_p A} = 0.997\ m/s \tag{108}$$

3. Calcolo delle frazioni volumetriche:

$$Q_G = \frac{W_g}{\rho} = 2.49 \cdot 10^{-2} kg/s \tag{109}$$
$$Q_S = \frac{W_s}{\rho_p} = 4.14 \cdot 10^{-4} kg/s \tag{110}$$
$$\epsilon = \frac{Q_G}{Q_G + Q_S} = 0.984 \tag{111}$$
$$\epsilon_p = 1 - \epsilon = 0.164 \tag{112}$$

4. Calcolo delle velocità effettive:

$$U_{G,eff} = U_{G,sup}/\epsilon = 60.08\ m/s \tag{113}$$
$$U_{S,eff} = U_{S,sup}/\epsilon_p = 60.08\ m/s \tag{114}$$

5. Calcolo dei vari contributi (inerziale, attrito) alle perdite di carico per le due fasi:
perdite per l'accellerazione del fluido/delle particelle

$$\Delta P_{acc,gas} = 0.5 \cdot \rho \cdot \epsilon U_{G,eff}^2 = 2.20 \cdot 10^3 Pa \tag{115}$$
$$\Delta P_{acc,part} = 0.5 \cdot \rho_p \cdot \epsilon_p U_{S,eff}^2 = 4.25 \cdot 10^4 Pa \tag{116}$$

perdite per attrito a parete (fase gas)

$$\Delta P_{att,gas} = 2f \frac{L}{D} \rho U_{G,eff}^2 \tag{117}$$
$$\tag{118}$$

con f dato dalla legge di Blasius:

$$Re_G = \frac{U_{G,eff} \rho D}{\mu} = 9.38 \cdot 10^4 \tag{119}$$
$$f = 0.079 \cdot Re^{-0.25} = 4.51 \cdot 10^{-3} \tag{120}$$
$$\Delta P_{att,gas} = 2.63 \cdot 10^3 Pa \tag{121}$$

perdite per attrito a parete (particelle)

$$\Delta P_{att,part} = f_s \cdot Z\frac{L}{D}\rho U^2_{G,eff} \tag{122}$$

dove il fattore di attrito per la fase solida è calcolato in funzione della velocità terminale delle particelle attraverso una correlazione empirica

$$f_S = 0.082 \cdot Z^{-0.3} Fr^{-0.86} Fr_s^{0.25} (D/D_p)^{0.1} \tag{123}$$

dove

$$U_{S,term} = g\frac{\rho_p D_p^2}{18\mu} = 3.56\ m/s \tag{124}$$

$$Fr_S = U_{S,term}/(gD)^{0.5} = 7.5 \tag{125}$$

$$Fr = U_{G,eff}/(gD)^{0.5} = 128 \tag{126}$$

$$f_S = 1.33 \cdot 10^{-3} \tag{127}$$

da cui risulta

$$\Delta P_{att,part} = 3.75 \cdot 10^3\ Pa \tag{128}$$

6. le perdite totali da vincere per realizzare il trasporto sono:

$$\Delta P_{TOT} = \Delta P_{acc,gas} + \Delta P_{acc,part} + \tag{129}$$

$$+\Delta P_{att,gas} + \Delta P_{att,part} = 5.1 \cdot 10^4 Pa \tag{130}$$

Dal confronto dei vari termini si vede che il contributo principale alle perdite di carico per una lunghezza di tubo ridotta come quella considerata è dovuto all'accelerazione della fase solida.