Homework N^o 6

a.

Calcolare le quantità :

$$\frac{< v >^3}{< v^3 >}, \frac{< v >^2}{< v^2 >}$$

nei casi di flusso di Couette e flusso di Poiseuille.

b.

Le componenti di velocità per un particolare campo di flusso bidimensionale sono definite come segue:

$$u = -\frac{y}{x^2 + y^2} \quad v = \frac{x}{x^2 + y^2} \tag{1}$$

1. Calcolare il vettore vorticità per il campo di flusso assegnato.
2. Calcolare la divergenza del vettore velocità per il campo di flusso assegnato.

c.

Dimostrare che le linee di corrente (linee a ψ costante) sono ortogonali alle linee equipotenziali (linee a ϕ costante).

d.

La velocità $\mathbf{v}$ di un flusso piano viscoso di densità ρ è

$$v = \Omega x i - \Omega y j \tag{2}$$

Verificare se il flusso è irrotazionale. Derivare, inoltre, delle espressioni per gli sforzi viscosi τ_{xy},τ_{xx},τ_{yy}. Indicato con $\mathcal{P}_{\prime}$ il valore della pressione $\mathcal{P}$ in corrispondenza dell'origine degli assi, derivare un'espressione per $\mathcal{P}(x, y)$.

e.

Una piastra piana è investita da un flusso uniforme con velocità v_∞.

1. applicare la teoria dello strato limite e risolvere le equazioni di Navier-Stokes opportunamente semplificate;
2. utilizzando i dati della tabella allegata, determinare l'evoluzione lungo il piano
   (a) della funzione di flusso;
   (b) della velocità ;
   (c) del taglio alla parete.
   (d) degli spessori $\delta_{99\%}$ e δ^*, definiti rispettivamente come

$$v_x(\delta_{99\%}) = 0.99 v_\infty \tag{3}$$

$$\delta^* = \int_0^\infty \left[1 - \frac{v_x(y)}{v_\infty}\right] \mathrm{d}y \tag{4}$$

f.

Una cella di Couette è un reattore chimico costituito da due cilindri concentrici (raggio cilindro interno $R_i = 0.5\ m$, raggio cilindro esterno $R_e = 0.6\ m$ uno dei quali è messo in moto. Se il cilindro interno ruota ad una velocità superiore a quella critica, il flusso passa da "moto puramente torsionale" a regime di Taylor, caratterizzato da strutture toroidali (ciambelle) sovrapposte e contro rotanti. Ciascuna struttura è indipendente da θ ed è approssimativamente descritta dalla funzione di corrente:

$$\psi(r, z) = 4 \sin\left(\frac{r - R_i}{d}\pi\right) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$$

con $h = 0.1\ m$ e $d = R_e - R_i$.

1. Calcolare la portata movimentata per ciascuna cella.
2. Calcolare la massima differenza di pressione presente in ciascuna cella.

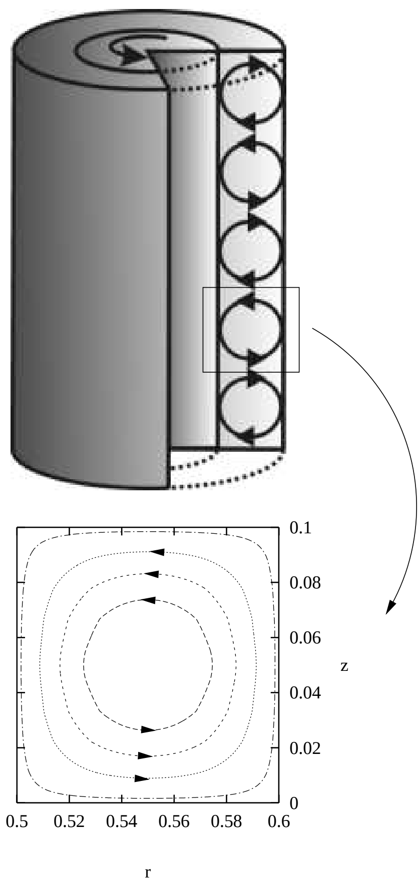

FIG. 1. Reattore chimico di Couette (sopra) e cella di Taylor (sotto).

☺ marchioli@uniud.it