Homework N^o 2

a.

Un aeroplano si muove con una velocità data da

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \qquad (1)$$

con $v_x = 150\ mph$, $v_y = 10\ mph$, $v_z = -10\ mph$. Se la densità dell'aria in atmosfera varia secondo la legge

$$\rho = \rho_0[1 + a(x^2 + y^2) + exp(-bz)] \qquad (2)$$

con $\rho_0 = 0.075\ lb/ft^3$, $a = 1 \cdot 10^{-5}/ft^2$, $b = 1 \cdot 10^{-4}/ft$, e la posizione iniziale dell'aereoplano è $x = 0$, $y = 0$, $z = 15000\ ft$, come varia la densità misurata dagli strumenti di bordo al variare del tempo?

b.

Partendo dalla equazione di conservazione della massa in forma differenziale derivata in classe:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \qquad (3)$$

ricavare la medesima equazione scritta in forma integrale:

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho dV = -\int_S \rho\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS\ . \qquad (4)$$

c.

Un fluido Newtoniano incomprimibile di viscosità μ e densità ρ esce da una sfera porosa di raggio R con portata volumetrica Q. Il flusso è puramente radiale sia all'interno che all'esterno della sfera. Il valore della pressione a distanza infinita è $p(\infty) = p_\infty$. Determinare la distribuzione di velocità all'interno ed all'esterno della sfera porosa.

d.

Un fluido Newtoniano incomprimibile di viscosità μ e densità ρ esce da un cilindro poroso di raggio R con portata volumetrica per unità di lunghezza del cilindro Q/L. Il flusso è puramente radiale sia all'interno che all'esterno del cilindro. Il valore della pressione a distanza infinita è $p(\infty) = p_\infty$. Determinare la distribuzione di velocità all'interno ed all'esterno del cilindro poroso.

e.

Un fluido Newtoniano incomprimibile fluisce attraverso una tubazione di raggio $R_2 = 10\ cm$ illustrata in Fig. 1. Supponendo che la distribuzione di velocità del fluido sia rappresentata dalla seguente funzione a gradino:

$$v_z(r) = \begin{cases} \mathrm{v}_1 & \text{per } r < R1, \\ \mathrm{v}_2 & \text{per } R1 < r < R2. \end{cases} \qquad (5)$$

con $R_1 = 3\ cm$, $v_1 = 1\ m/s$ e $v_2 = 0.5\ m/s$, calcolare $< v_z >$.

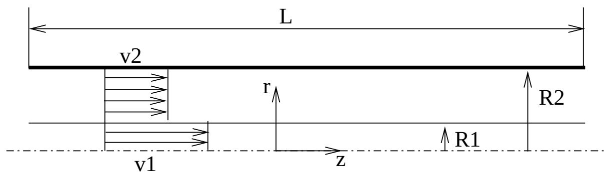

FIG. 1.

f.

Un fluido Newtoniano incomprimibile fluisce attraverso una tubazione di raggio $R = 5\ cm$ illustrata in Fig. 2. Supponendo che la velocità del fluido sia pari a $v_1 = 1\ m/s$ nella parte inferiore della tubazione e pari a $v_2 = 1.3\ m/s$ nella parte superiore della tubazione, si calcoli $< v_z >$ sapendo che la corda AB dista $0.4R$ dal centro O della tubazione.

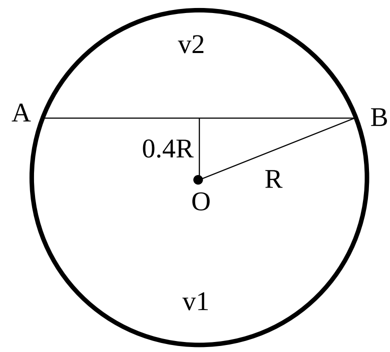

FIG. 2.

g.

Due fluidi Newtoniani incomprimibili (indicati con 1 e 2) e immiscibili scorrono nella stessa direzione in un canale piano di altezza H, come mostrato in Fig. 3. Il moto di entrambe le fasi sia in regime laminare. Determinare il profilo di velocità nei due fluidi.

☺ marchioli@uniud.it

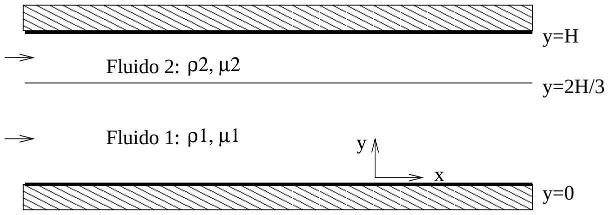

FIG. 3.

h.

Una portata Q di acqua fluisce, come rappresentato in Figura 4, tra due cilindri concentrici ($\Delta R = h \ll R$). Il cilindro esterno è fisso. Per movimentare il fluido, il cilindro interno, di raggio R, viene messo in moto con velocità angolare di rotazione Ω. Supponendo $p_1 = p_2$ (ossia gradiente di pressione nullo), calcolare il profilo di velocità nel fluido e il valore della portata alimentata.

Suggerimento: Poiché si può ipotizzare $h \ll R$ (spessore tra i cilindri piccolo), il problema si può risolvere utilizzando un sistema di riferimento locale cartesiano, con asse x tangente al cilindro esterno e asse y radiale.

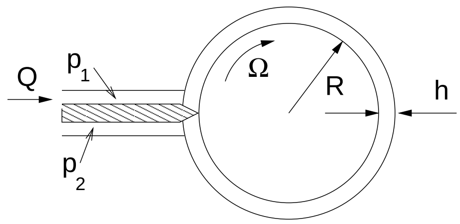

FIG. 4. Cilindri concentrici.

i.

Un dislivello H, mantenuto costante, viene utilizzato per trasportare un fluido viscoso – reattivo se in contato con aria – da un serbatoio a un altro attraverso un condotto rettangolare come mostrato in Fig. 5. Un nastro trasportatore può essere utilizzato per facilitare il deflusso.

1. Semplificare le equazioni di Continuità e di Navier-Stokes;

2. Determinare il profilo di velocità e la portata trasmessa **nel caso in cui nastro sia mantenuto fermo**;

3. Calcolare il minimo dislivello H necessario per metter in moto il nastro se occorre vincere una forza resistente F_s;

4. Supponendo che il nastro sia in moto uniforme ed eserciti una forza resistente costante F_s, determinare il nuovo profilo di velocità e la nuova portata trasmessa nel canale.

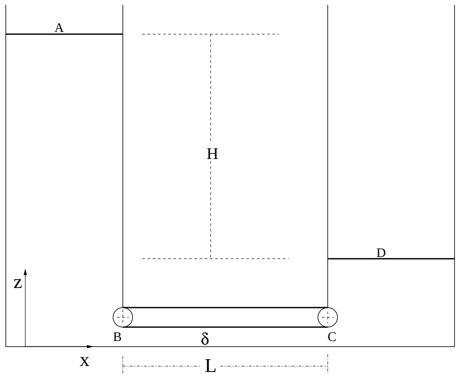

FIG. 5. Sistema di trasporto per fluidi viscosi.