Homework N^o 1

a.

Dimostrare le seguenti identità vettoriali:

$$\nabla \times (\nabla \mathcal{P}) = 0$$
$$\nabla \cdot (\mathcal{P}\boldsymbol{v}) = \mathcal{P}\nabla \cdot \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla\mathcal{P}$$
$$\nabla \cdot (\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}) = \boldsymbol{v} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{u}) - \boldsymbol{u} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{v})$$
$$\nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{u}) = \boldsymbol{v}(\nabla \cdot \boldsymbol{u}) + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{v} - \boldsymbol{u}(\nabla \cdot \boldsymbol{v}) - (\boldsymbol{v} \cdot \nabla)\boldsymbol{u}$$

b.

Dato il vettore velocità $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}) = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}$ e dati due campi scalari $\phi(\boldsymbol{x})$ e $\theta(\boldsymbol{x})$, scrivere in coordinate cartesiane:

- $\boldsymbol{v} = \nabla\phi$
- $\theta = \nabla \cdot \boldsymbol{v}$
- un'equazione che relazioni $\phi(\boldsymbol{x})$ e $\theta(\boldsymbol{x})$ a partire dalle due identità precedenti.

c.

Un bruciatore inietta in una camera di combustione gocce di combustibile con diametro iniziale D_i e velocità iniziale v_i in direzione orizzontale x. Si supponga che le gocce si muovano in regime di Stokes e si trascuri l'influenza della gravità .

1. Si determini la massima distanza (*stopping distance*) che le gocce possono raggiungere.
2. Durante il volo il combustibile brucia e si consuma con velocità $c = K \cdot \pi D^2$, con D diametro delle gocce e K costante espressa in kg/m^2s. Si impostino le equazioni di bilancio per il moto delle goccioline e se ne determini la stopping distance in questo caso.

d.

I fumi provenienti da una camera di combustione sono caricati da particelle di cenere ($\rho_p = 800\ kg/m^3$) di dimensione pari a $D_{p,min} = 0.5\ \mu m$ e $D_{p,max} = 50\ \mu m$. Il sistema di separazione polveri è costituito da una camera a gravità , per separare le particelle più grosse, seguita da un un precipitatore elettrostatico per separare la frazione di dimensioni ridotte. Sapendo che la portata di fumi ($\rho_f = 1.4\ kg/m^3$, $\mu_f = 1.8 \cdot 10^{-5} Pa \cdot s$) da depurare è pari a $Q_f = 0.6\ m^3/s$ e ipotizzando che le particelle si muovano in regime di Stokes e in condizioni di moto stazionario,

1. determinare la lunghezza della camera a gravità sapendo che è larga $2\ m$ e alta $1.5\ m$;
2. sapendo che la distanza tra le piastre del precipitatore è $d = 0.2\ m$, il precipitatore è alto $1.5\ m$ e lungo $3\ m$, determinare il potenziale da applicare alle piastre affinchè le particelle più piccole vengano raccolte (si assuma che la carica sulle particelle sia pari a $q_p = 1.6 \cdot 10^{-15} C$).

e.

Determinare l'andamento della pressione sulla superficie di una sfera di raggio R posta ad una altezza H sotto la superficie libera di un fluido di densità ρ.

Calcolare la forza forza di superficie risultante e verificare che sia pari al peso del volume di liquido occupato dalla sfera.

f.

Una grossa barca è stata capovolta ed affondata, e si trova ad una profondità di 30 m. La barca è lunga 30 m, profonda 10 m e larga 10 m, per una massa totale pari a 300 tonnellate. Per il recupero dal fondo, si utilizza una gru marina che ha una capacità di sollevamento pari a 100 tonnellate. É necessario rimuovere dell'acqua di mare dall'interno della barca pompando aria finchè la forza necessaria per sollevare la barca risulta pari alla capacità di sollevamento della gru. Calcolare il volume d'acqua che deve essere spostato affinchè la forza di sollevamento disponibile sia sufficiente per il recupero. Calcolare la pressione relativa dell'aria nella barca capovolta.

g.

Allontanandosi dalla superficie della terra, la temperatura varia in funzione dell'altezza (z) come $T(z) = T_0 - \alpha z$, con $T_0 = 293\ K$ e $\alpha = 5.0 \cdot 10^{-3} K/m$. Un piccolo pallone sonda di forma sferica, massa $m_p = 2.5\ kg$ e raggio $R_0 = 1\ m$ è riempito con una massa $m_g = 0.8\ kg$ di un gas leggero. Supponendo che il raggio del pallone rimanga costante determinare: l'altezza $\overline{z}$ alla quale il pallone sonda si ferma.

☺ marchioli@uniud.it