

# Fluidodinamica Computazionale

Programma del Corso AA 2009-2010

Docente: C. Marchioli (marchioli@uniud.it)

## Scopi del corso

Gli studenti devono acquisire capacità di sviluppare e gestire algoritmi di soluzione numerica delle equazioni che governano i problemi di fluidodinamica. In particolare vengono approfonditi proprietà e limiti dei modelli numerici utilizzati e gli strumenti per valutare la qualità dei risultati ottenuti.

## Programma del corso

- Introduzione (4 ore)
  1. Richiami sulle equazioni fondamentali della fluidodinamica
    - 1.1 Conservazione della massa, della quantità di moto, dell'energia
    - 1.2 Equazione di Poisson ed Eq. di Bernoulli
    - 1.3 Parametri adimensionali e forme semplificate delle equazioni
    - 1.4 Formulazione delle equazioni per fluidi incomprimibili
    - 1.5 Formulazione vorticità-funzione di flusso
  2. Classificazione delle equazioni differenziali alle derivate parziali (PDE)
  3. Condizioni iniziali e condizioni al contorno
- Tecniche di soluzione e metodi di discretizzazione per i sistemi di equazioni differenziali ordinarie (20 ore)
  1. Metodo delle Differenze Finite (FD)
    - 1.1 Approssimazione delle derivate prime e seconde
    - 1.2 Approssimazione delle derivate miste
    - 1.3 Approssimazione dei termini non lineari
    - 1.4 Errore di troncamento
    - 1.5 Implementazione delle condizioni al contorno
  2. Metodi Spettrali
    - 2.1 Scelta delle base di funzioni
    - 2.2 Proiezione spettrale
    - 2.3 Metodo Fourier-Galerkin
    - 2.4 Implementazione dei termini non lineari
  3. Metodi ai Volumi Finiti (FV)
    - 3.1 Approssimazione degli integrali di superficie e di volume
    - 3.2 Tipi di interpolazione
    - 3.3 Implementazione delle condizioni al contorno
  4. Tecniche di integrazione temporale delle equazioni differenziali
    - 4.1 Metodi impliciti ed espliciti
    - 4.2 Metodi Single-step (Metodo di Eulero)
    - 4.2 Metodo di Runge-Kutta
    - 4.3 Metodo Predictor-Corrector
    - 4.4 Metodi Multi-Step (Metodi di Adams-Bashforth, Adams-Moulton, etc.)
  5. Proprietà dei metodi di soluzione numerica

- 5.1 Consistenza
- 5.2 Stabilita'
- 5.3 Convergenza
- 5.4 Concetto di Stiffness (Rigidezza)
- 5.6 Accuratezza

- Soluzione delle equazioni di Navier-Stokes (20 ore)

1. Struttura delle equazioni di Navier-Stokes
2. Discretizzazione di equazioni di convezione-diffusione monodimensionali ed analisi di stabilita' alla von Neumann.
  - 2.1 Metodi espliciti
  - 2.2 Metodi impliciti
  - 2.3 Condizioni iniziali e al contorno
3. Estensione alle equazioni di convezione-diffusione in 2 e 3 dimensioni
  - 3.1 Metodi espliciti per equazioni bidimensionali
  - 3.2 Metodi impliciti per equazioni bidimensionali
  - 3.3 Metodi splitting per equazioni tridimensionali
  - 3.4 Implementazioni delle condizioni al contorno
4. Equazioni di convezione lineari
  - 4.1 Schema FTCS (Forward in Time, Centered in Space) e schema upwind applicato alle differenze finite
  - 4.2 Condizione CFL
  - 4.3 Schemi Leapfrog e Lax-Wendroff
  - 4.4 Schema Crank-Nicolson
  - 4.5 Dispersione e dissipazione numerica
  - 4.6 Equazioni di convezioni-diffusione in stazionario
  - 4.7 Schemi espliciti per equazioni di trasporto monodimensionali
  - 4.8 Schemi impliciti per equazioni di trasporto monodimensionali
  - 4.9 Formulazione split per equazioni di trasporto bidimensionali
5. Equazioni di convezione non lineari: equazione di Burger
  - 5.1 Fisica del problema
  - 5.2 Schemi espliciti
  - 5.3 Schemi impliciti
  - 5.4 Griglia non uniforme
  - 5.5 Soluzione analitica dell'equazione di Burger bidimensionale
  - 5.6 Schema split per il problema bidimensionale
6. Tecniche di discretizzazione delle equazioni di Navier-Stokes per flussi incomprimibili
  - 6.1 Metodi spettrali e pseudo-spettrali (FLOWSB)
  - 6.2 Metodi alle differenze finite (CAVITY FLOW) ed ai volumi finiti
    - 6.2.1 Discretizzazione del termine convettivo e viscoso
    - 6.2.2 Discretizzazione del termine di pressione
  - 6.3 Equazione per la pressione (eq. di Poisson) e sua soluzione
  - 6.4 Integrazione temporale esplicita
  - 6.5 Integrazione temporale implicita
  - 6.6 Metodi impliciti pressure-correction
  - 6.7 Condizioni iniziali e al contorno
  - 6.8 Problemi periodici: dispersione e dissipazione numerica.
  - 6.9 Altri metodi per le equazioni di Navier-Stokes
    - 6.9.1 Schemi upwind (Metodi alla Godunov)

### 6.9.2 Metodo Fractional Step

### 6.9.3 Metodi ACM (Artificial Compressible Method)

- Simulazione di flussi turbolenti: (14 ore)
  1. Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)
    - 1.1 Equazioni RANS
    - 1.2 Problemi di chiusura delle equazioni
    - 1.3 Modelli semplici della turbolenza e le loro applicazioni
    - 1.4 Applicazioni a flussi industriali
  2. Large Eddy Simulation (LES)
    - 2.1 Modello di Smagorinsky e modelli derivati
    - 2.2 Modelli dinamici
    - 2.3 Applicazione alla ricerca e processi industriali avanzati
  3. Direct Numerical Simulation (DNS)
    - 3.1 Vantaggi e limitazioni computazionali
    - 3.2 Applicazioni alla ricerca
- Ottimizzazione dell'efficienza e accuratezza computazionale (Seminari extra, 2 ore)
  1. Calcolo intensivo e linee guida per ottimizzazione e parallelizzazione di codici numerici.

### Modalità di Esame

A ciascun studente verranno assegnate delle esercitazioni basate su problemi di fluidodinamica che richiedono risoluzione per via numerica. Il lavoro svolto per ciascuna esercitazione dovrà essere presentato in forma di report dei risultati. L'esame verterà sulla valutazione e discussione orale del report finale.

### Libri di Testo

- Appunti di lezione.

#### Selezione di parti dai seguenti testi:

- P. Andreussi and A. Soldati, Fluidodinamica di processo, ETS, Pisa, 2000.
- C.A.J. Fletcher, Computational techniques for fluid dynamics, Springer, 2000.
- J. Ferziger, M. Peric. Computational methods for fluid dynamics, Springer, 1997.
- H. Lomax, T. Pulliam, D. Zingg, Fundamentals of computational fluid dynamics, Springer, 2001.
- Pozrikidis, C., [Introduction to Theoretical and Computational Fluid Dynamics](#), Oxford University Press, 1997.
- C. Crowe, M. Sommerfeld, Y. Tsuji, Multiphase flows with droplets and particles, CRC Press, 1998.
- J.C. Tannehill, D.A. Anderson, R.H. Fletcher, Computational fluid mechanics and heat transfer, Taylor and Francis, 1997.

# Computational Fluid Dynamics

## Aims

Write the balance equations for fluid dynamics; identify the computational methods used to solve the balance equations; introduce and use simple programs in class and lab sessions.

## Program

- Introduction (2 hours)
  1. Basic fluid dynamics equations: conservation of mass, momentum, and energy.
  2. Non-dimensional parameters and simplified equations.
  3. Physical description of initial and boundary conditions.
- Solution techniques and discretization methods for systems of ordinary differential equations (6 hours)
  1. Euler method and trapezoid method for scalar equations.
  2. Consistency, accuracy and stability.
  3. Stability analysis.
  4. Multi-step methods. Runge-Kutta methods.
- Solution of Navier-Stokes equations (18 hours)
  1. Structure of Navier-Stokes equations.
  2. Discretization of monodimensional convection-diffusion equations and von Neumann stability analysis.
  3. Extension to 2D/3D convection-diffusion equations.
  4. Non-linear convection equations: Burger's equation
  5. Discretization techniques for Navier-Stokes equations for incompressible fluids.
    - Spectral and pseudo-spectral methods.
    - Finite difference and finite volume methods.
    - Finite difference approximation of derivatives and truncation error.
    - Periodicity problem: modified wavenumber, dispersion and numerical dissipation.
- Other methods for Navier-Stokes equations (2 hours)
  1. Upwind schemes.
  2. Godunov methods.
- Simulazione di flussi turbolenti: (10 ore)
  1. Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)
  2. Eddy Simulation (LES)
  3. Direct Numerical Simulation (DNS)
- Optimization of efficiency and computational accuracy (2 hours)
  1. High-performance computing and guidelines for parallelization and optimization of numerical codes.

## **Exams**

Each student will be assigned a numerical simulation problem. Exam will be based on the written report and on the oral discussion.

## **Textbooks**

- Lecture notes.

### **Selected parts of:**

- P. Andreussi and A. Soldati, Fluidodinamica di processo, ETS, Pisa, 2000.
- C. Crowe, M. Sommerfeld, Y. Tsuji, Multiphase flows with droplets and particles, CRC Press, 1998.
- H. Lomax, T. Pulliam, D. Zingg, Fundamentals of computational fluid dynamics, Springer, 2001.
- C.A.J. Fletcher, Computational techniques for fluid dynamics, Springer, 2000.
- J. Ferziger, M. Peric. Computational methods for fluid dynamics, Springer, 1997.